Umgekehrte Kurvendiskussion (Aufsuchen von Polynomfunktionen)

Ermittle die Gleichungen der folgenden Funktionen:

1. Eine Parabel geht durch die Punkte A = (2|4) und B = (–4|7); in A hat sie die Steigung 1.
2. Der Graph einer Funktion 3. Grades hat den Hochpunkt H = (0|5) und den Wendepunkt W = (1|3).
3. Der Graph einer Funktion 4. Grades ist symmetrisch zur y–Achse und hat in W =(2|0) einen Wendepunkt. Der Anstieg der Wendetangente beträgt –8.
4. Eine Polynomfunktion 3. Grades hat im Punkt (0| 5/3) die Steigung k = 3 und im Punkt (–1|0) einen Extremwert.
5. Der Graph einer Funktion 3. Grades berührt die x–Achse im Punkt (2|0) und hat bei (1|3) einen Wendepunkt.
6. Der Graph einer Funktion 3. Grades geht durch den Koordinatenursprung. Der Wendepunkt ist W = (2|5), und die Wendetangente hat die Steigung ½.
7. Eine Funktion 4. Grades hat im Koordinatenursprung einen Wendepunkt mit der Steigung –2. Im Punkt (2|0) beträgt die Steigung 12 Einheiten.
8. Der Graph einer Funktion 4. Grades ist symmetrisch zur y–Achse. Er hat bei (2|0) einen Tiefpunkt und geht durch den Punkt (1| 9/4).
9. Der Graph einer Funktion 3. Grades hat bei x = 4 eine Nullstelle und bei x = 2 einen Wendepunkt. Die Gleichung der Wendetangente lautet: y = 3·x – 4.

10. Eine Wäscheleine ist an zwei gleich hohen, 6 m voneinander entfernten Punkte aufgehängt. In der Mitte hängt sie 15 cm durch. Die Form der Leine kann durch eine quadratische Funktion beschrieben werden.
    a) Lege den Koordinatenursprung in den linken Endpunkt der Leine und ermittle die Gleichung der Funktion (Maße in m).
    b) Berechne die Neigung und den Neigungswinkel der Wäscheleine in ihren Endpunkten.
11. Ein Ball wird von einem 45 m hohen Turm in waagrechter Richtung weggeworfen. Er trifft 15 m vom Turm entfernt auf dem Boden auf. Die Wurfbahn ist eine Parabel.
    a) Ermittle die Gleichung der Wurfbahn. (Der Anfangspunkt ist ein Hochpunkt.)
    b) Berechne den Winkel, unter dem der Ball auf den Boden trifft (tan $\alpha = f'(x)$).
12. Die zweite Abfahrt der Achterbahn „Son of Beast“ kann durch eine Polynomfunktion 3. Grades dargestellt werden. Sie beginnt in 50 m Höhe mit einem Hochpunkt. Der Wendepunkt liegt in einer horizontalen Entfernung von 40 m vom Anfangspunkt, die Steigung beträgt dort –0,9.
    Ermittle die Funktion g, die den Verlauf der Bahn in diesem Bereich beschreibt. Nimm dabei den Koordinatenursprung am Beginn der Abfahrt auf Bodenhöhe an.

Lösungen:

1. $f(x) = \frac{x^2}{4} + 3$
2. $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 + 5$
3. $f(x) = \frac{x^4}{8} - 3 \cdot x^2 + 10$
4. $f(x) = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3 \cdot x + \frac{5}{3}$
5. $f(x) = \frac{3 \cdot x^3}{2} - \frac{9 \cdot x^2}{2} + 6$
6. $f(x) = \frac{x^3}{2} - 3 \cdot x^2 + \frac{13 \cdot x}{2}$
7. $f(x) = x^4 - \frac{3 \cdot x^3}{2} - 2 \cdot x$
8. $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2 \cdot x^2 + 4$
9. $f(x) = -x^3 + 6 \cdot x^2 - 9 \cdot x + 4$
10. a) $f(x) = \frac{x^2}{60} - \frac{x}{10}$ b) $k = \pm 0{,}1$, $\alpha = \pm 5{,}71°$
11. a) $f(x) = 45 - 0{,}2 \cdot x^2$ b) $-80{,}5°$
12. $g(x) = \frac{3}{16000} \cdot x^3 - \frac{9}{400} \cdot x^2 + 50$