Wahrscheinlichkeitsrechnung 1: Einzelwahrscheinlichkeit

Wozu Wahrscheinlichkeitsrechnung?

*Jedes **Spiel**, das wir spielen beruht zum großen Teil aus zufälligen Ereignissen (Würfelwurf, Mischen von Karten, Millionenrad, …). Da wäre es ja ganz nett, wenn man den Ausgang des Spiels kennen würde – oder zumindest die Wahrscheinlichkeit für den nächsten Würfelwurf, etc. ➔ Daraus hat sich die Wahrscheinlichkeitsrechnung entwickelt.*

1. Was ist der Zufall? **VIDEOS:** Zufall, Laplace,

Zufall ist es, wenn ein Ereignis eintritt ohne exakte Vorhersagemöglichkeit, man kennt nur die Wahrscheinlichkeit des Auftretens (z.B: „heute regnet es mit 40% Wahrscheinlichkeit“, „Die Münze zeigt Kopf mit 50% Wahrscheinlichkeit“)

Wie kann man die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses bestimmen?

- *Entweder kennt man eine **Statistik** darüber (wenn 20% der Studenten und Studentinnen täglich eine Zeitung lesen, dann kann man erwarten, dass jeder Fünfte, den man zufällig fragt, Zeitung liest)*
- *Oder man kann aus der Form des Zufallsgegenstandes die Wahrscheinlichkeit schließen (Münze 50% Kopf und 50% Zahl, Würfel: Jede Seite wird mit 1/6tel Wahrscheinlichkeit geworfen,…)*

In der Wahrscheinlichkeitsrechnung haben wir es mit **Zufallsexperimenten** zu tun. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis A eintritt, bezeichnen wir mit P(A).
P bedeutet Probability (englisch)
Klassische Wahrscheinlichkeitsdefinition nach ***Laplace***:

$$\boxed{P(A) = \frac{\textit{Anzahl der GÜNSTIGEN Fälle}}{\textit{Anzahl der MÖGLICHEN Fälle}}}$$

Beispiel: Bei einmaligem Würfeln mit einem fairen Würfel ist P(„6 rollen“) = 1/6.

1. Mengenmodell:

Ein Versuch kann mehrere Versuchsausgänge haben. Wenn man würfelt, ist das Ergebnis 1,2,3,4,5 oder 6. Alle möglichen Ergebnisse fasst man zu einer Menge – der **Ergebnismenge (Grundmenge)** $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ zusammen.
Wenn man wettet, dass man eine Zahl größer als 4 wirft, so möchte man, dass ein Element des **Ereignisses** A = {5,6} auftritt. Es ist also günstig, wenn 5 oder 6 auftritt. Wenn man voraussetzen kann, dass alle Zahlen gleich häufig eintreten (**Laplace'scher Zufallsversuch**), so kann man die **Wahrscheinlichkeit** des Ereignisses A einfach aus der Anzahl der Elemente der Menge A und der Anzahl der Elemente der Grundmenge Ω berechnen, nach der Formel:

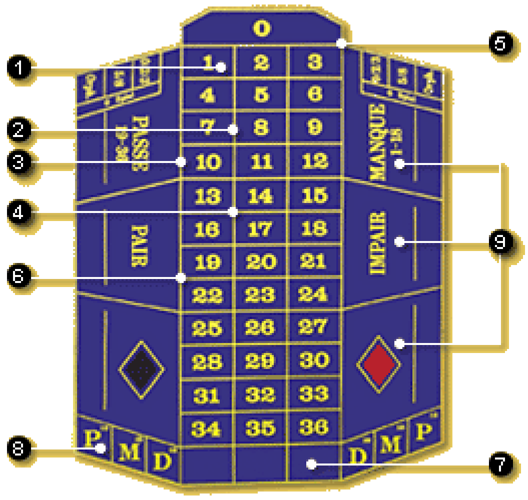
$$\boxed{P(A) = \frac{\textit{Anzahl von } A}{\textit{Anzahl von } \Omega} = \frac{\textit{günstig}}{\textit{möglich}}}$$ P = Probability = Wahrscheinlichkeit

Beispiel 1:
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Würfeln eine gerade Zahl zu würfeln?

Lösung:
Die Grundmenge ist $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$, die Ereignismenge ist $A = \{2,4,6\}$, also ist die Wahrscheinlichkeit $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$

Übungen:

1) Geben Sie die Grundmenge und das Ereignis in Mengenschreibweise an und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses:
   a) Münzwurf: Ereignis: Kopf
   b) Würfelwurf: Ereignis: „6“
   c) Würfelwurf: Ereignis: „Die Zahl ist durch 3 teilbar“
   d) Grundmenge: Wochentage, Ereignis: „Wochenende“
   e) Roulette: 0-36 Zahlen als Grundmenge (=37 Zahlen!), Ereignis: „Impair“ (Ungerade Zahlen)
   f) Roulette: Ereignis „Die ersten vier Zahlen“
   g) Roulette: Ereignis „Die Zahl 12“



2) In einer Familie gibt es 3 Buben und 2 Mädchen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit zufällig(!) ein Mädchen dieser Familie anzutreffen?

3) Ein Kartenspiel enthält 20 Karten mit jeweils 5 Karten (Ass, König, Dame, Bube, 10er) einer Farbe (Herz, Pik, Karo, Treff). Wenn ich eine beliebige Karte ziehe – wie groß ist die Chance für
   a) eine beliebige Herzkarte
   b) eine bestimmte Herzkarte (Herz–Ass)
   c) ein Ass
   d) kein Ass
   e) eine rote Karte (Karo oder Herz)
   f) eine Herzkarte, die kein König ist

4) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses:
   a) Beim Würfeln eine ungerade oder eine Zahl kleiner als 4 zu bekommen.
   b) Beim Roulette: „Manque(1-18)“ oder „Zero“ zu bekommen
   c) Beim Roulette: „Eine Zahl der dritten Kolonne (12 Zahlen)“ oder „Eine Zahl des dritten Dutzends (12 Zahlen)“ zu bekommen

Beispiel 2:
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei 2maligem Würfeln mindestens 1mal „6" zu werfen?

Lösung:
Wir können die günstigen und möglichen Fälle abzählen (kompliziert) oder so überlegen:
Die Wahrscheinlichkeit für "0mal 6" beträgt $5/6 \cdot 5/6 = 25/36$.
"Mindestens 1mal 6" ist das Gegenereignis dazu, also
P(mind. 1mal 6) = 1 − P(0mal 6) = 1 − 25/36 = 11/36.

Beispiel 3:
Wie oft muss man mindestens würfeln, um mit 90% Wahrscheinlichkeit mindestens 1mal „6“ zu werfen?

Lösung:
Analog zum vorigen Beispiel erhält man bei n-maligem Würfeln
P(mind. 1mal 6) = $1 - (5/6)^n$
Das soll 90% = 0,90 sein ➔ $1 - (5/6)^n = 0{,}90$ ➔ $(5/6)^n = 0{,}10$
Durch Logarithmieren erhalten wir ➔ $n \cdot \log(5/6) = \log(0{,}10)$ ➔ $n = 12{,}6$
➔ also muss man mindestens 13mal würfeln

Beispiel 4: Würfelsumme von 2 Würfeln ➔ VIDEO

REGELN

Beispiel 4:
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Würfeln eine gerade oder eine Zahl kleiner 4 zu werfen? Berechne dies mit der **ODER−REGEL**! Mache auch ein **VENN−Diagramm**

Lösung:

Vorsicht Falle: Die Wahrscheinlichkeiten zweier Ereignisse addieren sich nur, wenn die Ereignisse „einander ausschließen“, d.h. in der Mengenschreibweise, wenn die Mengen kein Element gemeinsam haben:

Hier funktioniert die ODER−Regel: P(„5“ oder „6“ würfeln) = P(„5“) + P(„6“)
Weil „5“ und „6“ gleichzeitig zu werfen nicht geht (sie schließen sich aus)

Hier funktioniert die ODER−Regel nicht:
P(„gerade“ oder „Zahl < 5“ würfeln) = $\frac{|\{1,2,3,4,6\}|}{|\{1,2,3,4,5,6\}|} = \frac{5}{6}$
P(„gerade“) + P(„Zahl <5“) = $\frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$

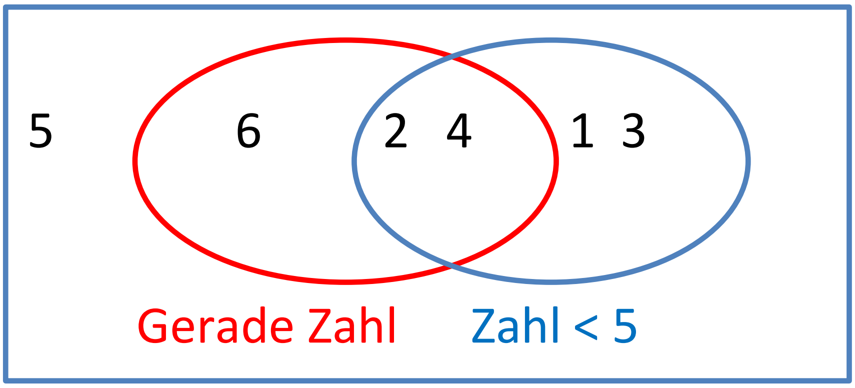
A= „gerade Zahl“ = {2,4,6}　　B= „Zahl kleiner als 4“ {1,2,3,4}
A∪B={1,2,3,4,6}　　A∩B={2,4}

Hier gilt nur die **modifizierte ODER−REGEL**:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

P(„gerade“ oder „Zahl < 5“) = P(„gerade“) + P(„Zahl <5“) – P(„gerade“ und „<5“)= $\frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6}$

Das VENN–DIAGRAMM dazu sieht so aus:



Beispiel 5:
20% der Österreicher und Österreicherinnen rauchen täglich. 10% der Rauchenden haben ein erhöhtes Krebsrisiko. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich einen solchen Menschen zufällig treffe. Berechne das mit der **UND–Regel**!

Lösung:
P(Rauchen) = 0,2 und P(Krebsrisiko wenn rauchend) = 0,1
P(Rauchen **und** Krebsrisiko) = 0,2·0,1 = 0,02 ➔ 2%

Beispiel 6: GEGENTEIL–REGEL
Problem des Chevalier de Méré: Ist es wahrscheinlicher,
bei viermaligem Würfeln mit einem Würfel mindestens eine Sechs zu werfen
oder bei 24maligem Würfeln mit zwei Würfeln mindestens eine Doppelsechs zu werfen?

Lösung:
Hier ist es einfacher, jeweils das Gegenteil auszurechnen und dann von 1 abzuziehen:
P(keine 6 **und** keine 6 **und** keine 6 **und** keine 6) = $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}$ = 0,482
P(mindestens einmal 6) = 1 – 0,482 = 0,518
Ebenso:
P(keine 66 und….) = $\left(\frac{35}{36}\right)^{24}$ = 0,509
P(mindestes einmal 66) = 1− 0,509 = 0,491

Rechenregeln:

$0 \leq P(A) \leq 1$	(das *unmögliche Ereignis* hat die Wahrscheinlichkeit 0, und das *sichere Ereignis* die Wahrscheinlichkeit 1 = 100%)
P(A oder B) = P(A) + P(B), *wenn A und B einander ausschließen*	z.B.: P(5 oder 6) = 1/6 + 1/6 = 2/6
P(A') = 1 − P(A) (Gegenereignis: A' = "nicht A")	z.B.: P(nicht 6) = 1 − 1/6 = 5/6
P(A und B) = P(A)·P(B), *wenn A und B voneinander unabhängig sind*	z.B.: bei 2maligem Würfeln ist P(„6“ und „6“)= 1/6·1/6 = 1/36

Übungen

5) Von den 50 Mitarbeitern einer Firma sprechen 10 keine Fremdsprache, 25 nur Englisch, 10 nur Spanisch und 5 Englisch und Spanisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Mitarbeiter

   a. beide Fremdsprachen spricht,
   b. Englisch spricht,
   c. nicht Spanisch spricht,
   d. mindestens eine Fremdsprache spricht,
   e. Spanisch spricht, wenn schon bekannt ist, dass er Englisch spricht?

6) Angenommen, 40% eines Altersjahrgangs machen Matura, 80% aller Maturanten beginnen ein Studium und 50% aller Studenten schließen ihr Studium ab. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Jugendlicher ein Studium abschließt?

7) In jedem 5. Brieflos ist ein Anmeldecoupon zur Sendung "Brieflos Show" im ORF. Jede Woche wird aus ca. 70000 eingesandten Coupons 2 gezogen. Die Kandidaten dürfen ein Glücksrad mit 80 Feldern drehen, von denen 3 zum Hauptgewinn führen. Wie groß ist beim Kauf eines Briefloses die Wahrscheinlichkeit, ins Fernsehen zu kommen und den Hauptpreis zu gewinnen?

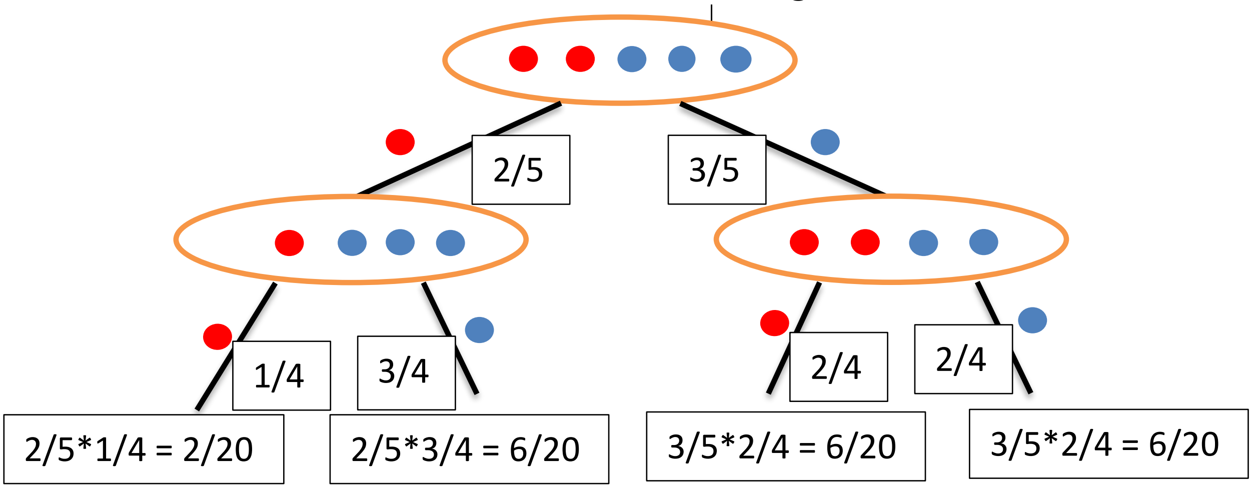
8) a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Freund von mir im gleichen Monat wie ich geboren ist?
   b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von meinen zwei Freunden mindestens einer im gleichen Monat wie ich geboren ist?

9) Wie oft muss man zwei Würfeln werfen, um mit mindestens 90% Wahrscheinlichkeit mindestens eine Doppelsechs zu werfen?

2. Urnenmodell: Ziehen ohne Zurücklegen: ➔ VIDEO

Beispiel 7:
Eine Urne enthält 2 rote und 3 blaue Kugeln. Ich ziehe jetzt der Reihe nach eine Kugel nach der anderen heraus, **ohne sie zurückzulegen**:
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 2 rote Kugeln zu ziehen, wenn man zwei Kugeln zieht.

Lösung:
Dieses Problem kann man in Form eines **Ziehungsbaumes** darstellen:



Hier gilt die PFADREGEL: Längs eines Pfades von der „Wurzel" des „Baums" zu den „Blättern" (die hier unten statt oben sind) muss man die Wahrscheinlichkeiten <u>multiplizieren</u>!

z.B. Die Wahrscheinlichkeit für die Zugreihenfolge „rot−rot" ist also 2/20

Beispiel 8:
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Zug „rot−blau" in dieser Reihenfolge oder in beliebiger Reihenfolge?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mindestens eine rote Kugel zu ziehen?

Lösung:
a) P(**rb**) = 2/5·3/4 = **6/20** P(rb **oder** br) = 6/20 + 6/20 = **12/20**
b) P(rb oder br oder rr) = 1− P(bb) = 1 – 6/20 = **14/20**

Hier gilt die BLATTREGEL: Die Wahrscheinlichkeiten der Blätter werden <u>addiert</u>!

Beispiel 9:
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Lotto 6 aus 45 alle 6 Kugeln zu erraten?

Lösung:
P = P(richtige Kugel von 45)*P(richtige Kugel von 44)*… $= \frac{6}{45}\cdot\frac{5}{44}\cdot\frac{4}{43}\cdot\frac{3}{42}\cdot\frac{2}{41}\cdot\frac{1}{40} = 0{,}000000123 =$
1: 8 145 060
Wenn jeder Österreicher mitspielt und jeder ein anderes Sextett tippt, gewinnt genau einer!

Übungen:

10) Eine Urne enthält 3 rote und 2 blaue und 5 grüne Kugeln. Ich ziehe jetzt der Reihe nach eine Kugel nach der anderen heraus, **ohne** sie zurückzulegen, insgesamt 2 Kugeln.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 2 blaue Kugeln zu ziehen.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit „rot-grün“ zu ziehen (in dieser Reihenfolge)

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine rote und eine grüne Kugel in **beliebiger Reihenfolge** zu ziehen?

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit **mindestens** eine rote Kugel zu ziehen bei 2 Zügen?

11) Eine Urne enthält den Buchstaben „S“ zwei Mal, den Buchstaben „A“ dreimals, den Buchstaben „R“ ein Mal.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Wort „SARA“ beim viermaligen Ziehen ohne Zurücklegen zu ziehen?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Wort „ASS“ beim dreimaligen Ziehen ohne Zurücklegen zu ziehen?

12) Bei 6 aus 45 werden der Reihe nach 6 Kugeln von 45 gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 5 richtig zu erraten.
(Hinweis: Einen Baum der Form: falsch-richtig-...-richtig erstellen, die anderen Äste weglassen und die 6 Vertauschungsmöglichkeiten beachten!)

13) Eine faire Münze wird dreimal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für

a. dreimal "Zahl"
b. mindestens zweimal "Zahl"
c. dreimal das gleiche Ergebnis?

14) In einem Korb liegen 8 schwarze, 4 blaue und 2 braune Socken. Jemand nimmt blind zwei Socken heraus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide die gleiche Farbe haben?

15) Ein Student darf bei einer Prüfung 2 von 30 Prüfungsfragen ziehen. Er hat 25 Fragen gelernt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er

a. beide Fragen
b. die erste, aber nicht die zweite Frage
c. mindestens eine Frage beantworten kann?

16) Bei zufälliger Wahl der Klassensprecher bei einer Klasse mit 10 Mädchen und 15 Burschen

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Klassensprecher Mädchen sind?
b) – beide Burschen sind?
c) – der erste ein Bursch und der zweite ein Mädchen ist.
d) – der erste ein Mädchen und der zweite ein Bursch ist
e) – ein gemischtes Pärchen entsteht

17) Auf einem Schulfest wird das „Feuerwehrspiel“ gespielt. In einer Urne sind 5 bis auf die Beschriftung gleiche Kugeln. Zwei Kugeln tragen die Aufschrift „1“, drei die Aufschrift „2“. Man zieht dreimal je eine Kugel ohne Zurücklegen. Zuerst zahlt man 1 € Einsatz. Zieht man den Feuerwehrnotruf „122“, so gewinnt man 5€; wenn nicht, „verbrennt“ der Einsatz. Geben Sie alle möglichen Spielverläufe (samt Wahrscheinlichkeiten) an. Wie groß ist die Gewinnerwartung für den Spieler und für den Veranstalter? Ist das Spiel „fair“?

18) Wie groß ist die Chance beim „Bauernschnapsen“ (jeder erhält 5 Karten von 20 Karten)
a) alle 5 Karten einer Farbe (Herz, Kreuz, Pik oder Karo) zu bekommen („Ringerl“ oder „Gang“)
b) alle 4 Asse zu bekommen
c) König, 10 und Ass von der Atoutfarbe zu bekommen („Schnapser“)

19) Die Zwillinge Peter und Paul Faul haben die Hausübung nicht gemacht. Wie groß ist die Chance, dass
a) Peter und Paul
b) Peter aber nicht Paul
c) Paul aber nicht Peter
d) zumindest Peter
e) zumindest Paul
f) weder Peter noch Paul aufgerufen werden, wenn der Lehrer immer 2 von 20 Schülern kontrolliert.

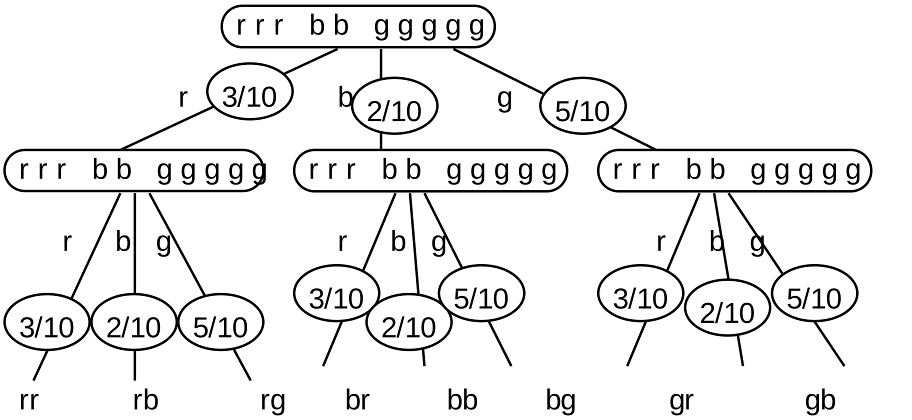
20) Aus den fünf Mädchen Anna, Bärbel, Christine, Doris und Elfi soll ein aus 3 der Mädchen bestehendes Team ausgelost werden.
a) Wie viele verschiedene Teams gibt es? (Listen Sie alle auf!)
b) Wie groß ist für Anna die Chance in das Team gewählt zu werden?
c) Bärbel möchte gemeinsam mit Anna ins Team, wie groß ist die Chance dafür?
d) Christine möchte mit Anna, aber nicht mit Doris ins Team, wie groß ist die Chance dafür?

21) Von 30 Fleischtassen sind 5 verdorben. Ein Kunde macht eine Stichprobe aus 3 Tassen und findet heraus, dass 2 von den 3 Fleischtassen verdorben sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür?

3. Urnenmodell: Ziehen mit Zurücklegen:

Beispiel 4:
Eine Urne enthält 3 rote und 2 blaue und 5 grüne Kugeln. Ich ziehe jetzt der Reihe nach eine Kugel nach der anderen heraus und notiere die Farbe und **lege sie wieder zurück**:
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 2 grüne Kugeln zu ziehen, wenn man zwei Kugeln zieht.

Lösung:
Dieses Problem kann man wieder in Form eines **Ziehungsbaumes** darstellen, nur sind die Pfadwahrscheinlichkeiten anders:



$\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}$ | $\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{10}$ | $\frac{3}{10}\cdot\frac{5}{10}$ | $\frac{2}{10}\cdot\frac{3}{10}$ | $\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}$ | $\frac{2}{10}\cdot\frac{5}{10}$ | $\frac{5}{10}\cdot\frac{3}{10}$ | $\frac{5}{10}\cdot\frac{2}{10}$ | $\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{10}$

$$P(gg) = \frac{5}{10}\cdot\frac{5}{10} = \frac{25}{100} = 0{,}25 = 25\,\%$$

Übungen:

22) Eine Urne enthält 3 rote und 2 blaue und 5 grüne Kugeln. Ich ziehe jetzt der Reihe nach eine Kugel nach der anderen heraus, notiere die Farbe und **lege Sie zurück**. Zieht man 2 Kugeln -
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 2 blaue Kugeln zu ziehen.
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit „rot-grün“ zu ziehen (in dieser Reihenfolge)
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine rote und eine grüne Kugel in beliebiger Reihenfolge zu ziehen?
d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mindestens eine rote Kugel zu ziehen bei 2 Zügen?

23) Eine Urne enthält den Buchstaben „S“ zwei Mal, den Buchstaben „A“ drei mal, den Buchstaben „R“ ein Mal.
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Wort „SARA“ beim viermaligen Ziehen **mit Zurücklegen** zu ziehen?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Wort „ASS“ beim dreimaligen Ziehen **mit Zurücklegen** zu ziehen?

24) Die Wahrscheinlichkeit für eine Knabengeburt (K) sei 0,52 (warum?) und für eine Mädchengeburt (M) sei 0,48
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die Geburtsreihenfolge „MMK“ mit und ohne Beachtung der Reihenfolge
b) für „KKM“ mit und ohne Beachtung der Reihenfolge

25) Das Passwort eines Handys besteht aus 4 Ziffern (von 0 bis 9). Wie groß ist die Chance, es bei einem Zug zu erraten? (Baum: richtig-richtig-richtig-richtig)

Lösungen:

1a) Ω = {Kopf, Zahl} A = {Kopf} P(A) = 50% b) Ω = {1,2,3,4,5,6} A = {6} P(A) = 1/6 = 16,7%
c) Ω = {1,2,3,4,5,6} A = {3,6} P(A) = 2/6 = 33,3%
d) Ω = {MO,DI,MI,DO,FR,SA,SO} A = {SA,SO} P(A) = 2/7 = 28,6%
e) Ω = {0,1,2,...,36} A = {1,3,5,...,35} P(A) = 18/37 = 48,6%
f) Ω = {0,1,2,...,36} A = {1,2,3,4} P(A) = 4/37 = 10,8% g) Ω = {0,1,2,...,36} A = {12} P(A) = 1/37 = 2,7%

2) P(Mädchen) = 2/5 = 40%

3) a) P(beliebige Herzkarte) = 5/20 = 25% b) P(Herz−As) = 1/20 = 5% c) P(Ass) = 4/20 = 20%
d) P(kein ASS)= 16/20 = 80% e) P(rot) = 50% f) P(König, nicht Herz) = 3/20 = 15%

4) a) P(A) = 4/6 = 66,7% b) P(A) = 19/37 = 51,4% c) P(A) = 20/37 = 54%

5) a) $^1/_{10}$ b) $^3/_5$ c) $^7/_{10}$ d) $^4/_5$ e) $^1/_6$

6) 0,16

7) ~ 0,0000002

8) a) 1/12 b) $1-\frac{11}{12}*\frac{11}{12}=0{,}16$

9) 82 mal

10) a) P(bb) = 2/10· 1/9 = 2,2% b) P(rg) = 3/10·5/9 = 16,7% c) P(rg *Vertauschung) = 15/90*2 = 33,3%
c) P(rr+rb+rg+br+gr) = 53,3%

11) a) P(SARA) = 2/6*3/5*1/4*2/3 = 3,3% b) P(ASS) = 3/6*2/5*1/4 = 5%

12) 0,0000287 =1 : 34 808

13) a) 1/8 b) 1/2 c)1/4

14) 8/14*7/13 + 4/14*3/14 + 2/14*1/14 = 70/182 = 38,5%

15) a) 0,6897 b) 0,1437 c) 0,9770

16) a) P(MM) = 10/25·9/24 = 15% b) P(BB) = 15/25·14/24 = 35% c) P(BM) = 15/25·10/24 = 25%
d) P(MB) = 10/25·15/24 = 25% e) P(BM*Vertauschung) = 25%*2 = 50%

17) P(Gewinn des Spielers) = 20% P(Verlust des Sp.) = 80% Gewinnerwartung des Spielers = 0 €
P(Gewinn des Veranstalters) = 80% P(Verlust des V.) = 20% Gewinnerwartung des V. = 0 €
Das Spiel ist fair (Gewinnerwartung ist Null, beide gewinnen und verlieren gleich oft)

18) a) P(HHHHH) = 5/20·4/19·3/18·2/17·1/16 = 0,0064% = 1:15504 ➔P(5mal gleiche Farbe)= 4* 0,0064% = 0,025%
b) P(4 mal As und 1 mal beliebig) = $\frac{4}{20}\cdot\frac{3}{19}\cdot\frac{2}{18}\cdot\frac{1}{17}\cdot\frac{16}{16}\cdot 5=$ 0,00103 = 0,1 %
c) P(K,10,Ass in Herz und 2 beliebig) = $\frac{3}{20}\cdot\frac{2}{19}\cdot\frac{1}{18}\cdot\frac{17}{17}\cdot\frac{16}{16}\cdot\frac{5!}{3!\cdot 2!}=0{,}00877=0{,}88\%$

19) a) P(Peter, Paul *Tausch) = 1/20·1/19*2 = 0,5% b) P(Peter, ≠Paul *Tausch) = 1/20·18/19*2 = 9,4%
c) P(Paul,≠Peter * Tausch) = 9,4% d) P(Peter, irgendeiner *Tausch) = 1/20·19/19 *2 = 10%
e) P(Paul , irgendeiner * Tausch) = 10% f) P(≠PeterPaul ≠PeterPaul) = 18/20·17/19 = 80,5%
alle Fälle sind : a)+b)+c)+f) d) umfasst a) und b) e) umfasst a) und c)

20a) ABC ABD ABE ACD ACE ADE BCD BCE BDE CDE sind 10 Teams
b) P(A) = 6 von 10 Teams = 60% c) P(ABX) = 3/10 = 30% d) P(AC,≠D) = 2/10 = 20%

21) P(VVG*Tausch) = 5/30·4/29·25/28*3 = 6,1%

22) a) P(bb) = 2/10·2/10 = 4% b) P(rg) = 3/10·5/10 = 15%
c) P(rg*Tausch) = 15%*2 = 30% d) P(rr+rb+rg+br+gr) = 51%

23) a) P(SARA) = 1,4% b) P(ASS) = 5,6%

24) a) P(MMK) = 12% P(MMK*Tausch) = 35,9% b) P(KKM) = 13% P(KKM*Tausch) = 39%

25) P(rrrr) = $(1/10)^4$ = 0,01%