

# Grundkompetenzen Beispiele

## 1.1) natürliche, ganze, rationale, reelle Zahlen + rechnen + veranschaulichen auf der Zahlengerade

- Wie viele a) ganze b) rationale Zahlen gibt es zwischen -5 und 12? (16,  $\infty$  viele)

- Geben Sie ein Beispiel für b) an ( $\frac{5}{3}$ )

- Ist 7 auch eine rationale Zahl? (ja)

Wenn ja, geben Sie die Bruchform in 2 verschiedenen Beispielen an ( $\frac{7}{1}, \frac{21}{3}$ )  $\frac{14}{2}, \frac{30}{10}$

## 1.2) Fest und Gleitkommdarstellung + umrechnen + rechnen

- Die Geschwindigkeit des Lichts beträgt 300 000 km/s. Wie lange braucht das Licht von der Sonne zur Erde, wenn der Abstand Sonne Erde 150 Mill. km beträgt? (Geben Sie auch den Abstand Erde-Sonne in Gleitkommdarstellung und Meter an!) [500 s;  $1,5 \cdot 10^{11}$  m]

## 1.3) mit Einheiten rechnen, Maße richtig verwenden (von nano bis Tera)

- Die Dichte von der Erde ergibt sich, wenn man die Masse der Erde  $m = 6 \cdot 10^{23}$  kg dividiert durch das Volumen, das sich aus der Formel der Kugel  $V = \frac{4r^3\pi}{3}$  ergibt. Der Erdradius ist 6370 km. Geben Sie die Dichte in  $\text{kg/m}^3$  und  $\text{g/cm}^3$  an [5542  $\text{kg/m}^3 = 5,5 \text{ g/cm}^3$ ]

Vorsicht – km in m umrechnen!

## 1.4) Überschlagsrechnen und runden

- Wie viel ergibt 120: 5 ungefähr? Können Sie eine schnelle Methode angeben, um durch 5 zu dividieren (mit Multiplizieren)

## 1.5) Prozent- und Promillerechnung

„Seite 10  
Ü 7/f Mit wie viel Liter 30%-igem Fruchtsaft müssen 5 l 15%-igem Fruchtsaft gemischt werden, damit 20%-iger Fruchtsaft entsteht? (Lösung 2,5 l)

Buch S. 256/Ü 1: Aufgrund einer Qualitätsverbesserung wird der Preis eines Teneon Lautsprechers um 5% erhöht. Der alte Preis lag bei 720 €. Berechnen Sie den neuen Preis!

## 2.1) Rechnen mit Termen (keine Polynomdivision, keine Partialbruchzerlegung)

Bsp:  $2a + 4b + 3a - 2b = 2a + 3a + 4b - 2b = (2+3) \cdot a + (4-2) \cdot b = 5a + 2b$

$x^2 - 3x + 4 + 5x + 2x^2 = x^2 + 2x^2 - 3x + 5x + 4 = (1+2) \cdot x^2 + (3+5) \cdot x + 4 =$   
 $3x^2 + 2x + 4$

weiter mit Auflösen von Klammern

## 2.2) Rechenregeln für Potenzen, Potenzen in Wurzel-Schreibweise und umgekehrt umwandeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x^4)^3 \cdot (x^2)^2 = \sqrt[4]{x^{20}} =$$

$$x^{4 \cdot 3} \cdot x^{2 \cdot 2} = x^{20} =$$

$$x^{12} \cdot x^8 = x^{20} =$$

$$x^{12+8} = x^{20}$$

$$(a+5)^2 =$$

Bsp)  $(30+4b)^2 = (30+4b) \cdot (30+4b)$

## 2.3) Logarithmen-Rechengesetze

2.3  $\log(x \cdot y) - \log(y)$   
 $= \log x + \log y - \log y$

Bsp)  $3^x = 10$

$2.5^x = 0.01 \quad x = -5.026$

$\frac{\log 0.01}{\log 2.5} = x$

Zerlegen Sie in einzelne Logarithmen:

$\log\left(\frac{2a^3}{bc^2}\right)$

$\log 2 + 3 \log a - \log b - 2 \log c$

Bsp)  $3^x = 10 \quad | \log$

$x \log 3 = \log 10$

$x = \frac{\log 10}{\log 3}$

$x = 2.095$

**2.4) lineare Gleichungen** in einer Variablen anwendungsbezogen **aufstellen, lösen, die Lösungen interpretieren und argumentieren**

Bsp)  $\frac{x}{2} - 5 = 4$   $x = ?$

$\frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 2$   $x = ?$

$2x + 5 = 10$   $x = ?$

Das Drittel eines Falls ist um 30 größer als das Viertel dieses Falls.

$(x+4)^2 = 100$   $x = ?$

Buch S. 7, L4: Lösen Sie die Gleichung  $\frac{1}{x} + \frac{4x}{x-2} = 4$ .  
+ Probe!

**2.5) Formeln** der elementaren Geometrie anwenden, erstellen, begründen und interpretieren (Es werden die Inhalte der elementaren Geometrie vorausgesetzt: Ähnlichkeit, der Lehrsatz des Pythagoras, Dreiecke, Vierecke, Kreis, Würfel, Quader, gerade Prismen, gerade Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel, Längen, Flächen- und Rauminhalte in anwendungsbezogenen Problemen).

Umfang d. Rechteckes ausrechnen

$2 \cdot a + 2 \cdot b = 7$

$a = ?$

$b = ?$

**2.6) Formel umformen** und Größen darin interpretieren können

Bsp)  $U = 2 \cdot (a+b)$   $a = ?$

Bsp)  $A = a \cdot b$   $b = ?$

Bsp)  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$   $b = ?$

Bsp)  $U = 2 \cdot a + 2 \cdot b =$   $a = ?$   $b = ?$

**2.7) lineare Gleichungssysteme** mit mehreren Variablen anwendungsbezogen aufstellen, mithilfe von Technologieinsatz lösen und das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren und argumentieren

I  $3 \cdot (x+5) = 2 \cdot (2y-1)$   $3x + 15 = 4y - 2$

II  $4 \cdot (3x-6) = 3 \cdot (y+4)$   $12x - 24 = 3y + 12$

2.8) **Gleichungssysteme** mit 3 und mehr Variablen mit dem TR lösen und das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren und argumentieren

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme über die Grundmenge  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ :

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad x + 3y + 2z = 7 \\ \text{II} \quad 2x - y - 4z = -1 \\ \text{III} \quad 3x + 4y = 9 \end{array}$$

2.9) **quadratische Gleichungen** lösen können und Fälle unterscheiden mit der Diskriminanten

- Lösen Sie die Gleichung mit der Formvariablen  $s$  und geben Sie an, welchen Wert  $s$  haben muss, damit nur eine Lösung existiert!  $x^2 + s \cdot x + 4 = 0$  [Lösung:  $s = 4$ ]

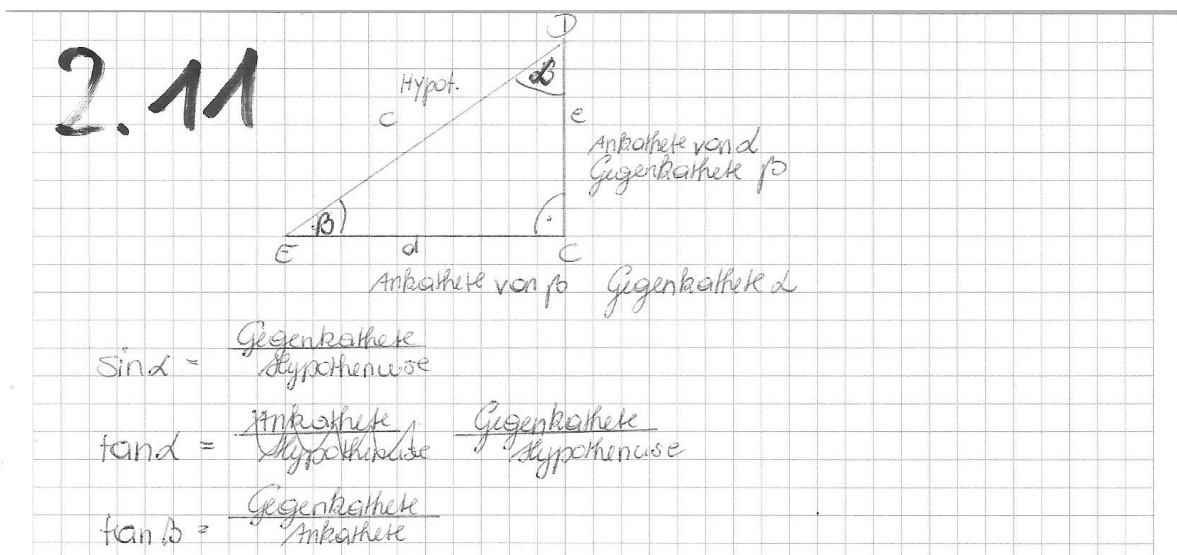
2.10) **Exponentialgleichungen** vom Typ  $a^{k \cdot x} = b$  nach der Variablen  $x$  auflösen

$$0,2^x - 3 = 27$$

2.11) **Exponentialgleichungen oder Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen** in einer Variablen mit Einsatz von Technologie auflösen und das Ergebnis interpretieren

- Löse  $\sin x = 0,2$ , so dass der Winkel größer als  $90^\circ$  ist! [168,46°]

2.12) **Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck durch Sinus, Cosinus und Tangens** eines Winkels angeben; Seiten und Winkel anwendungsbezogen berechnen



3.1) eine **Funktion** als eindeutige Zuordnung erklären und als Modell zur Beschreibung der Abhängigkeit zwischen Größen interpretieren;

den **Graphen** einer gegebenen Funktion mit Technologieeinsatz darstellen, Funktionswerte ermitteln und den Verlauf des Graphen im Kontext interpretieren

**Variable** kontextbezogen benennen (nicht nur  $x$  und  $y$ ); dies gilt auch für Parameter von Funktionen (am Beispiel der linearen Funktion: nicht nur  $k$  für Anstieg,  $d$  für Ordinatenabschnitt)

- Berechne den Funktionswert  $f(3)$  der Funktion  $f: y = x^2 - 6$  und gib an, um welchen Funktionstyp es sich handelt, stelle die Funktion grafisch dar in  $[-3;3]$  und gib an, ab wann die Funktion ansteigt.

3.2) **lineare Funktionen** anwendungsbezogen modellieren, damit Berechnungen durchführen, die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren; den Graphen einer linearen Funktion im Koordinatensystem darstellen und die Bedeutung der Parameter für Steigung und Ordinatenabschnitt kontextbezogen interpretieren; eine lineare Gleichung in zwei Variablen als Beschreibung einer linearen Funktion interpretieren

- Geben Sie eine lineare Funktion durch  $P(2|3)$  und  $Q(5|0)$  an und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der  $45^\circ$ -Geraden an

3.3) **Potenzfunktionen** ( $y = c \cdot x^n$  mit  $n \in \mathbb{Z}, c \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  sowie  $y = \sqrt{x}$ ) grafisch darstellen und ihre Eigenschaften (Definitions- und Wertemenge, Symmetrie, Polstelle, asymptotisches Verhalten) anhand ihres Graphen interpretieren und damit argumentieren

- Zeichnen Sie die Funktion  $y = 2 \cdot x^{-2}$  und bestimmen Sie die Definitionsmenge und Symmetrie

3.4) **Polynomfunktionen** grafisch darstellen und ihre Eigenschaften bis zum Grad 3 (Null-, Extrem- und Wendestellen, Monotonieverhalten) interpretieren und damit argumentieren

- Bestimmen Sie bei der Funktion  $f(x) = x^2 - 5x$  den Scheitelpunkt und das Monotonieverhalten

3.5) **Exponentialfunktionen** grafisch darstellen, als Wachstums- und Abnahmemodelle interpretieren, die Verdopplungszeit und die Halbwertszeit berechnen und im Kontext deuten sowie den Einfluss der Parameter von Exponentialfunktionen interpretieren →

die prototypischen Verläufe der Graphen von  $f$  mit  $f(x) = a \cdot b^x + c$  mit  $b \in \mathbb{R}^+, a, c, x \in \mathbb{R}$  und mit

$a, c \in \mathbb{R}$  bzw.  $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x} + c$  mit  $a, c, \lambda, x \in \mathbb{R}$  kennen; die Parameter  $a$  und  $b$  (bzw.  $\lambda$ ) in unterschiedlichen Kontexten deuten

- Bestimmen Sie die Wachstumsfunktion für das exponentielle Wachstum der Bevölkerung von Mathematianen, die von 1200 Personen im Jahre 2005 auf 1250 im Jahre 2009 gewachsen ist. Berechnen Sie damit die Bevölkerungszahl im Jahre 2014. Welchen  $\lambda$ -Wert hat diese Wachstumsfunktion und was bedeutet dieser Wert?

3.6) lineare Funktionen und Exponentialfunktionen strukturell **vergleichen**, die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktionen oder mittels Exponentialfunktionen argumentieren

- Ermitteln Sie auch eine lineare Wachstumsfunktion zu obigem Beispiel und argumentieren Sie, ob diese Funktion das Wachstum besser beschreibt, wenn man weiß, dass die Bevölkerungsanzahl in Mathematianen mit 1500 Personen begrenzt ist?

3.7) die **Nullstelle(n)** einer Funktion gegebenenfalls mit Technologieeinsatz bestimmen und als Lösung(en) einer Gleichung interpretieren

- Ermitteln Sie die Lösung der Gleichung  $x^2+4x+4=0$  und argumentieren Sie mit der gleichlautenden Funktion, warum es nur eine Lösung gibt

3.8) **Schnittpunkte** zweier Funktionsgraphen gegebenenfalls mit Technologieeinsatz bestimmen und diese im Kontext interpretieren

- Berechnen Sie den Schnittpunkt der Funktionen  $y=0,04x+4$  und  $y=0,08x$  und interpretieren Sie diese Funktionen als Handytarife. Was bedeutet dann der Schnittpunkt?

3.9) **anwendungsbezogene Problemstellungen** mit geeigneten Funktionstypen (lineare Funktion, quadratische Funktion und Exponentialfunktion) modellieren

Vorausgesetzt wird die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen **Kosten– Erlös– und Gewinnfunktion** sowie grundlegender Begriffe der **Zinseszinsrechnung**

- Berechnen Sie das Gewinnmaximum einer Firma, wenn die Kostenfunktion lautet:  
 $K(x) = 0.05x^3+0,2x^2-4x+150$  und der Marktpreis  $p=52€$  beträgt
- Berechnen Sie, auf welchen Wert das Kapital von 2500€ bei 1,5% Zinseszinsen in 12 Jahren angewachsen ist.

3.10) **Sinus–, Cosinus– und Tangensfunktionen** mit Winkeln im Bogenmaß grafisch darstellen und die Eigenschaften dieser Funktionen interpretieren und argumentieren

Folgende Funktionen sind hier gemeint:  $f(x) = \sin x$ ;  $f(x) = \cos x$ ;  $f(x) = \tan x$

- Bestimmen Sie die Periodenlänge von  $y=3 \cdot \sin(2x)$  und skizzieren Sie die Funktion

4.1) **Grenzwert und Stetigkeit** von Funktionen auf der Basis eines intuitiven Begriffsverständnisses argumentieren

- Wie müsste eine stetige Funktion aussehen?
- Wie sieht eine Funktion aus, die in  $x=4$  unstetig ist, sonst aber stetig?
- Was ist der Grenzwert von  $1/x$  für  $x$  gegen Unendlich?
- Was ist der Grenzwert für  $1/x$  für  $x$  gegen Null von der positiven Seite aus? und was von der negativen Seite aus?

4.2) **Differenzen- und Differenzialquotient** als **Änderungsraten** interpretieren, damit anwendungsbezogen modellieren, rechnen und damit argumentieren

(**Weg-Geschwindigkeit-Beschleunigung** als Ableitungen bekannt, aber keine Grenzwertberechnungen)

- Berechne die (mittlere) Änderungsrate von  $f(x) = -5x^2+49x$  im Intervall  $[1;3]$  und die momentane Änderungsrate in  $x=3$
- Welche Geschwindigkeit ergibt sich für eine Bewegung, die mit der Funktion  $s(t) = t^3-12t$  modelliert ist im Zeitpunkt  $t=3$ , welche Beschleunigung liegt dort vor? [s in Meter, t in Sekunden]

4.3) die Ableitungsfunktionen von Potenz-, Polynom- und Exponentialfunktionen und Funktionen, die aus diesen zusammengesetzt sind, **berechnen** (+ Faktor-, Summen-, Produkt- und Kettenregel)

- Berechnen Sie die Ableitungsfunktion von  
a)  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{4}{5}x^2 + 12x - 9$       b)  $y = x \cdot e^x$       c)  $y = \sqrt{x}$
- Berechnen Sie die Steigung der Funktion  $f(x) = x^3-2x$  an der Stelle  $x=3$

- Berechnen Sie die stärkste Steigung der Funktion  $f(x) = x^3 - 3x^2$

4.4) Monotonieverhalten, **Steigung** der Tangente und Steigungswinkel, lokale **Extrema**, Krümmungsverhalten (Vorzeichen der 2. Ableitung), **Wendepunkte** von Funktionen am Graphen ablesen, mit Hilfe der Ableitungen modellieren, berechnen, interpretieren und argumentieren

- Berechnen Sie die **Steigung** (+Steigungswinkel) der Funktion  $y = x^3 - 12x$  in  $x=1$ . Geben Sie die lokalen **Extrema** mitsamt Monotonieverhalten, sowie die **Wendepunkte** samt Krümmungsverhalten an.
- **Lesen** Sie die Steigung, die Extrema,... von der Kurve .... ab
- **Interpretieren** Sie den Kurvenverlauf hinsichtlich von Steigungen/Kurvenkrümmungen, Monotonie,...
- Erklären Sie, warum die Ableitung von  $y = x \cdot (x-1)$  in der folgenden Form nicht richtig ist:  $y' = 1 \cdot 0$

4.5) den Zusammenhang zwischen Funktion und ihrer Ableitungsfunktion bzw. einer Stammfunktion beschreiben; in ihrer grafischen Darstellung interpretieren und argumentieren

- Ordnen Sie die richtige Ableitung zu der Funktion... zu (grafisch)
- Ermitteln Sie grafisch eine Ableitungsfunktion, bzw. eine Stammfunktion,..
- ➔ siehe: das große Ableitungspuzzle: <http://www.mathe-online.at/tests/diff1/aberkennen.html>

4.6) **Stammfunktionen** von Potenz- und Polynomfunktionen berechnen

- Berechnen Sie die Stammfunktion von  $f(x) = x^3 + 2x - 5$
- $\int \sqrt{x} \, dx = ?$

4.7) das **bestimmte Integral** auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes als Grenzwert einer Summe von Produkten interpretieren und damit argumentieren

- Erstellen Sie eine **Untersumme** unter der Funktion  $f(x) = x^2$  mit der Intervalllänge  $\Delta x=1$  zwischen  $x=1$  und  $x=5$  und vergleichen Sie mit der exakten Lösung
- Erklären Sie, warum das Integral  $\int_0^2 -x^2 \, dx$  negativ ist. Wie hängt das mit den Funktionswerten und der Summenbildung des Integrals zusammen?

4.8) das bestimmte Integral als **orientierten Flächeninhalt** interpretieren und berechnen

- Berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen der Funktion  $f(x) = x^2 - 5x$  und der  $x$ -Achse
- Begründen Sie, warum es mehrere Darstellungen des Flächeninhalts zwischen 2 Funktionen gibt – am Beispiel:  $f(x) = x^2$  und  $g(x) = 4x$

5.1) **Daten statistisch aufbereiten**, Häufigkeitsverteilungen (absolute und relative Häufigkeiten) grafisch darstellen und interpretieren sowie die Auswahl einer bestimmten Darstellungsweise anwendungsbezogen argumentieren. Folgende Darstellungsweisen kennen: Kreis-, Stab- und Balken-/Säulendiagramme, Boxplot; eine mögliche Darstellungsweise auswählen, interpretieren und begründen und kritisch hinterfragen (z.B. Problem der Achsenskalierung, Wahl der Darstellung)

- Erstellen Sie aus den Daten 2,5,4,7,12,5,3,6,7,9,13 ein Boxplot

5.2) **Mittelwerte und Streuungsmaße** berechnen, interpretieren, argumentieren (Median+ Quartile + Spannweite, arithmetisches Mittel und Standardabweichung)

- Berechne Median und Mittelwert von {5,6,7,20,25}

5.3) die Wahrscheinlichkeit als intuitiven **Grenzwert relativer Häufigkeiten** interpretieren

- 20 Frauen in einer Gruppe von 50 Personen ergibt welche Wahrscheinlichkeit eine Frau dieser Gruppe zufällig zu treffen? [40%]

5.4) die **Additionsregel** auf einander ausschließende Ereignisse und die **Multiplikationsregel** auf unabhängige Ereignisse anwenden; Zufallsexperimente als **Baumdiagramm** darstellen

- Ziehen Sie nacheinander 2 Kugeln aus einer Urne mit 5 roten und 2 blauen Kugeln ohne zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für ein gemischtes Paar (rot blau in beliebiger Reihenfolge) [47,6%]

5.5) mit der **Binomialverteilung** modellieren, ihre Anwendung begründen, Wahrscheinlichkeiten berechnen und die Ergebnisse kontextbezogen interpretieren (Erwartungswert, Standardabweichung)

- Berechne wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, beim sechsmaligem Würfeln genau zweimal „1“ zu bekommen. [20,09%]

5.6) mit der Wahrscheinlichkeitsdichte und der Verteilungsfunktion der **Normalverteilung** modellieren, Wahrscheinlichkeiten berechnen und die Ergebnisse kontextbezogen interpretieren, Erwartungswert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma$  interpretieren und Auswirkungen auf die Wahrscheinlichkeitsdichte argumentieren.

Hier sind folgende Varianten gemeint:

– die Wahrscheinlichkeit für  $X < k$ ;  $X > k$ ;  $k_1 < X < k_2$  bei bekanntem Erwartungswert und bekannter Standardabweichung berechnen

– aus einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit die Intervallgrenzen für das passende Ereignis ermitteln

- Überlege und begründe, mit welcher Wahrscheinlichkeit hier die Berechnung am sinnvollsten ist:  
*Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Würfeln höchstens 15 mal „3 oder 6“ zu bekommen, wenn man 100 mal würfelt.*
- Berechne auch die Wahrscheinlichkeit.



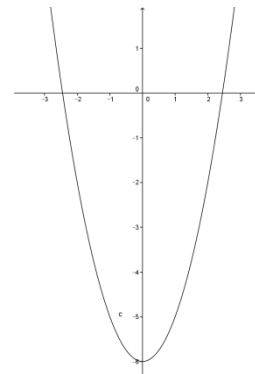
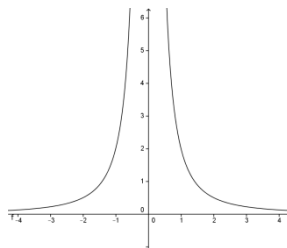
**Lösungen:**

2.10)  $0,2^x = 30 \rightarrow x \log 0,2 = \log 30 \rightarrow x = \log 30 / \log 0,2 = -2,11$

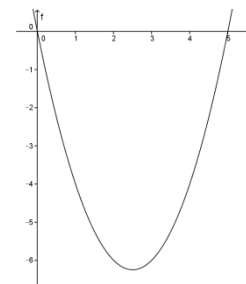
3.1)  $f(3) = 3$ , quadratische Polynomfunktion  $\rightarrow$  steigt an ab  $x=0 \rightarrow$

3.2)  $k=(0-3)/(5-2) = -1$  und  $d=y-kx = 3-(-1)\cdot 2 = 5 \rightarrow y = -x+5 \rightarrow S(2,5/2,5)$

3.3)  $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$  und symmetrisch bezüglich y-Achse



3.4) Scheitel  $(2,5|-6,25)$  monoton fallend bis  $x=2,5$  und dann steigend



3.5)  $f(x) = 1200 \cdot 1,0102577^x = 1200 \cdot e^{0,0102055 \cdot x}$

$f(9) = 1315$  Personen  $\lambda = 0,0102055 =$  momentane Wachstumsprozente/100

3.6)  $f(x) = 1200 + 12,5 \cdot (x-2005)$   $x =$  Jahreszahl

Diese Funktion beschreibt das Wachstum bis 2029 und dann hört das Wachstum abrupt auf. Da das unrealistisch ist, wäre eine Wachstumsfunktion mit beschränktem Wachstum oder logistischem Wachstum nötig.

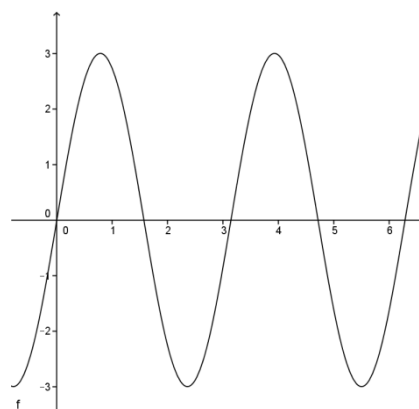
3.7) Die Lösung ist  $x = -2$  (Doppellösung) Das kommt daher, da die zugeordnete quadratische Polynomfunktion die x-Achse bei  $x = -2$  berührt und es daher nur eine statt üblicherweise 2 Nullstellen gibt.

3.8) Der Schnittpunkt liegt bei  $(100|8)$ . Der Schnittpunkt bedeutet bei Handytarifen, dass bei 100 Minuten Sprechzeit im Monat die 2 Tarife gleich teuer sind (8€).

3.9)  $G(x) = -0,05x^3 - 0,2x^2 + 56x - 150$   $G_{max} = 501,6$  €

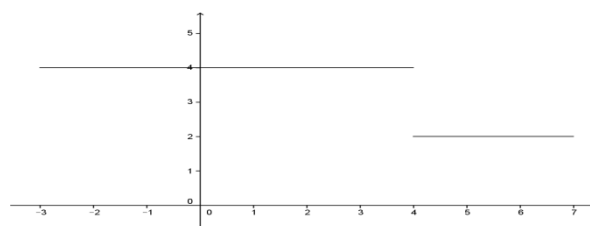
das Kapital ist auf 2989,05 € angewachsen

3.10) Die Periodenlänge ist  $\pi$ . Graph  $\rightarrow$



4.1)

- eine stetige Funktion hat keine Sprungstellen, sondern ist in einem Zug von links nach rechts zeichenbar.
- nebenstehende Funktion hat bei  $x=4$  eine Sprungstelle, sonst ist sie stetig



- Der Grenzwert von  $1/x$  für  $x$  gegen Unendlich ist 0

- Der Grenzwert für  $1/x$  für  $x$  gegen Null von der positiven Seite aus ist  $+\infty$
- Der Grenzwert für  $1/x$  für  $x$  gegen Null von der negativen Seite aus ist  $-\infty$

4.2) Die mittlere Änderungsrate von  $f(x) = -5x^2 + 49x$  im Intervall  $[1;3]$  ist:  $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = 29$

Die momentane Änderungsrate von  $f(x)$  bei  $x=3$  ist  $\rightarrow f'(3) = -10 \cdot 3 + 49 = 19$

die Geschwindigkeit der Wegfunktion  $s(t) = t^3 - 12t$  bei  $t=3$  ist  $\rightarrow s'(3) = 3t^2 - 12 = 15 \text{ m/s}$

die Beschleunigung ist dort:  $\rightarrow s''(3) = 6t = 18 \text{ m/s}^2$

4.3) a)  $f'(x) = 3/2 x^2 - 8/5 x + 12$       b)  $y' = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x$       c)  $y' = 1/2 \cdot x^{-1/2}$

• Die Steigung der Funktion  $f(x) = x^3 - 2x$  bei  $x=3$  ist:  $\rightarrow f'(3) = 3x^2 - 2 = 25$

• Die stärkste Steigung der Funktion  $f(x) = x^3 - 3x^2$  tritt beim Wendepunkt auf und der ergibt sich aus der Nullstelle der 2. Ableitung:  $f'(x) = 3x^2 - 6x$      $f''(x) = 6x - 6 = 0 \rightarrow x=1 \rightarrow f'(1) = -3$

4.4) Die **Steigung** (+Steigungswinkel) der Funktion  $y = x^3 - 12x$  in  $x=1$  ist  $\rightarrow y'(1) = 3x^2 - 12 = -9$

$\rightarrow \alpha = -83,66^\circ$ . Extrema und Wendepunkt: H(-2 | 16), T(2 | -16), W(0 | 0),

streng monoton steigend in  $[-\infty; -2]$ , fallend in  $[-2; 2]$ , steigend ab  $x=2$ ,

Krümmung positiv in  $[0; \infty]$ , sonst negativ

• Die Ableitung von  $y = x \cdot (x-1)$  ist in der folgenden Form nicht richtig:  $y' = 1 \cdot 0$ , weil  $y = x^2 - x$  und die Ableitung  $y' = 2x - 1$ . Mit Produktregel wäre es:  $y' = 1 \cdot (x-1) + x \cdot 1 = 2x - 1$

4.6) Die Stammfunktion von  $f(x) = x^3 + 2x - 5$  ist  $F(x) = x^4/4 + x^2 - 5x + C$

•  $\int \sqrt{x} dx = \frac{x^{3/2}}{3/2} + C$

4.7) Untersumme =  $\Delta x \cdot (f(1) + f(2) + f(3) + f(4)) = 1 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) = 30$     Integral =  $x^3/3 \Big|_1^5 = 41,33$

• das Integral  $\int_0^2 -x^2 dx$  ist negativ, weil der Integrand negativ ist. Die Summenbildung von negativen Werten ergibt einen negativen Wert.

4.8) Der Flächeninhalt zwischen  $f(x) = x^2 - 5x$  und der X-Achse ist  $\rightarrow \text{abs}(\int_0^5 (x^2 - 5x) dx) = 20,833$

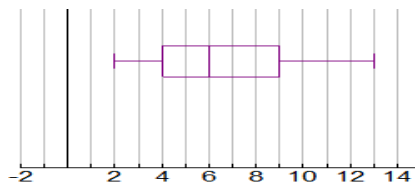
• Man kann den Flächeninhalt so schreiben:  $\int_0^2 (4x - x^2) dx$  oder so:  $\int_0^2 (4x) dx - \int_0^2 (x^2) dx$

5.1) Nach Sortierung der Daten ergibt sich:

**2,3, 4, 5,5, 6, 7,7, 9, 12,13**

Die Quartile sind fett markiert.

Daraus ergibt sich das Boxplot:  $\rightarrow$



5.2) Median = 7, Mittelwert = 12,6

5.6) Am sinnvollsten wäre die Binomialverteilung:  $\text{binomcdf}(100, 1/6, 15) = 0,3876$

aber hier wäre auch die Normalverteilung möglich, weil  $\sigma = 3,72 > 3$  ist:

$\text{normalcdf}(0, 15, 100/6, 3.72) = 0,3267$

mit Stetigkeitskorrektur:  $\text{normalcdf}(0, 15.5, 100/6, 3.72) = 0,3766$

$\rightarrow$  hier sieht man die Ungenauigkeit der Berechnung mit der Normalverteilung!