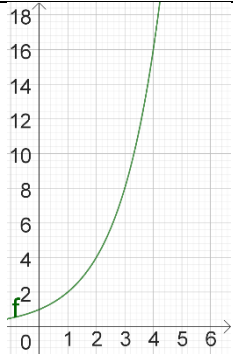
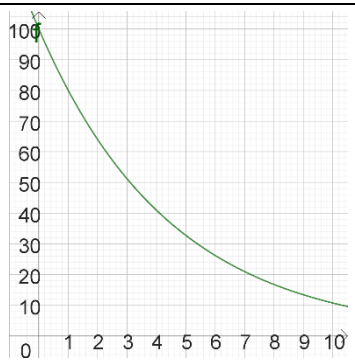


## Exponentialfunktion und Logarithmus – Übersicht

Definition: Eine **Exponentialfunktion** hat die Form:  $f(x) = b \cdot a^x$  (oder  $N(t) = N_0 \cdot a^t$ ), wobei  $b$  beliebig ist und  $a$  positiv sein muss. Ist  $a$  zwischen 0 und 1, so ist es eine monoton fallende Funktion, ist  $a$  größer als 1, ist es eine monoton wachsende Funktion. → [Geogebra](#)

Beispiele:

| <p><math>f(x) = 1 \cdot 2^x</math></p> <p>Verdopplungsfunktion: Jedes Mal, wenn <math>x</math> um 1 erhöht wird, wird <math>f(x)</math> verdoppelt, Startwert 1</p>                 | <p>Tabelle</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>16</td> </tr> </tbody> </table>           | X | Y | 0 | 1   | 1 | 2  | 2 | 4  | 3 | 8    | 4 | 16    |   |
|---|---|---|---|---|-----|---|----|---|----|---|------|---|-------|--|
| X   | Y   |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 0   | 1   |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 1   | 2   |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 2   | 4   |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 3   | 8   |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 4   | 16  |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| <p><math>N(t) = 100 \cdot 0,8^t</math></p> <p>Verkleinerungsfunktion: Jedes Mal, wenn <math>t</math> um 1 erhöht wird, wird <math>N(t)</math> um 20% verkleinert, Startwert 100</p> | <p>Tabelle</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>80</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>64</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>51,2</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>40,96</td> </tr> </tbody> </table> | X | Y | 0 | 100 | 1 | 80 | 2 | 64 | 3 | 51,2 | 4 | 40,96 |  |
| X   | Y   |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 0   | 100   |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 1   | 80  |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 2   | 64  |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 3   | 51,2  |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |
| 4   | 40,96   |   |   |   |     |   |    |   |    |   |      |   |       |  |

Eigenschaften:

Alle Grafen gehen durch den Punkt  $(0|b)$ , Monoton (wachsend oder fallend), kreuzt nie die  $x$ -Achse, sondern nähert sich ihr nur an (im Minusbereich oder Plusbereich der  $x$ -Achse)

Unterschied zur linearen Funktion:

Während die lineare Funktion immer um  $k$  steigt, wenn  $x$  um 1 erhöht wird, so steigt die Exponentialfunktion immer mit dem Faktor  $a$

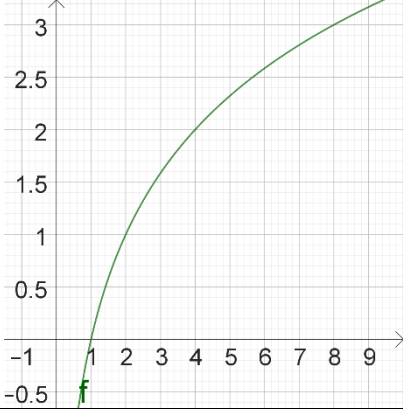
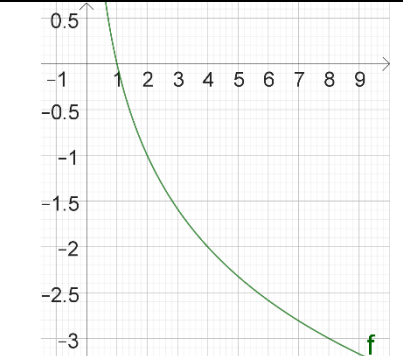
## Logarithmusfunktion:

Ist die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion  $f(x) = b \cdot \log_a(x)$

weil die Funktion gekoppelt mit der Exponentialfunktion die identische Funktion

$f(x) = x$  ergibt:  $\log_2(2^x) = x$  oder  $2^{\log_2(x)} = x$

Beispiele:

| <p><math>f(x) = 1 \cdot \log_2(x)</math></p> <p>verkehrte Verdopplungsfunktion: Jedes Mal, wenn y um 1 erhöht wird, wird x verdoppelt</p>        | <p>Tabelle</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>    | X | Y | 1 | 0 | 2 | 1  | 4 | 2  | 8 | 3  |   |
|--|--|---|---|---|---|---|----|---|----|---|----|--|
| X  | Y  |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |
| 1  | 0  |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |
| 2  | 1  |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |
| 4  | 2  |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |
| 8  | 3  |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |
| <p><math>f(x) = \log_{0,5}(x)</math> verkehrte Verkleinerungsfunktion: Jedes Mal, wenn y um 1 erhöht wird, wird x um halbiert, alles negativ</p> | <p>Tabelle</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>-3</td> </tr> </tbody> </table> | X | Y | 1 | 0 | 2 | -1 | 4 | -2 | 8 | -3 |  |
| X  | Y  |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |
| 1  | 0  |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |
| 2  | -1   |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |
| 4  | -2   |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |
| 8  | -3   |   |   |   |   |   |    |   |    |   |    |  |

## Zusammenhang zwischen Exponentialfunktion und Logarithmus: [GEOGEBRA](#)

### Hefeteig (A\_009)

Es wird ein Kuchen aus Hefeteig gebacken. Für den Teig benötigt man ein sogenanntes „Dampfli“ aus Hefe, warmer Milch und Zucker. Diese Zutaten werden verrührt und in ein 12 cm hohes zylindrisches Gefäß gegeben. Man lässt das Gemisch einige Zeit in warmer Umgebung ruhen. Die Höhe des Dampfli im Gefäß beträgt zu Beginn 4 cm. Das Dampfli dehnt sich durch Wärmezufuhr aus.

- b) Man stellt fest, dass sich bei einer bestimmten Umgebungstemperatur die Höhe des Dampfli nach jeweils 15 min verdoppelt.

– Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen derjenigen Funktion, die diesem Modell im Intervall [0 min; 30 min] entspricht.

