

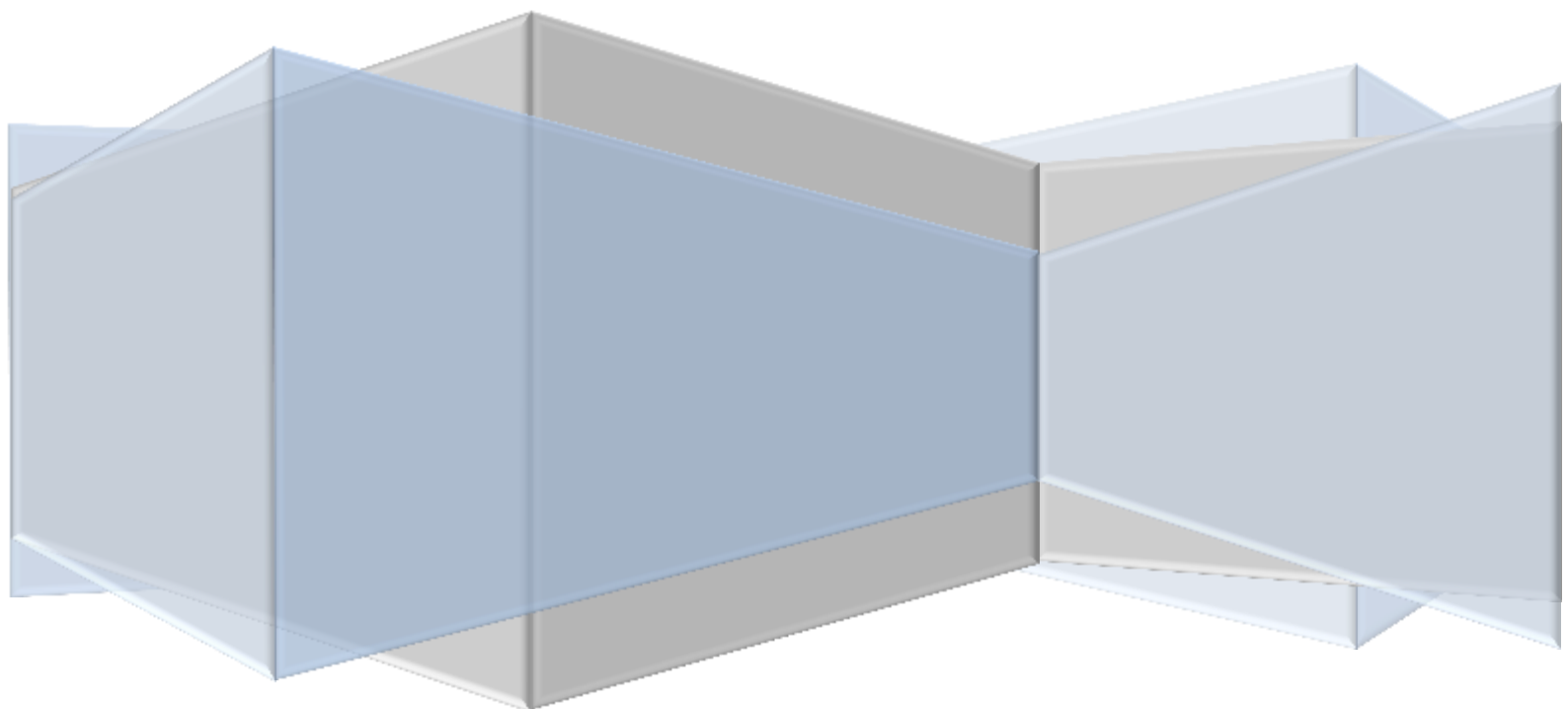
Basiskurs Mathematik

Curriculum und Skriptum

Mag. Jutta Gut / Mag. Walter Klein

unter Verwendung von Beispielen aus dem Aufgabenpool Mathematik
Sekundarstufe 1 des bifie

August 2013



Kursinhalte:

Zahlen und Maße:

- Rechenregeln
 - Vorrangregeln
 - Verbindung der 4 Grundrechnungsarten (unterschiedliche Lösungswege)
- Brüche
 - Anschauliche Darstellung von Bruchzahlen
 - Bruchzahlen als Prozentzahl oder Dezimalzahl darstellen
 - Bruchrechnen
- Prozente
 - Anschauliche Darstellung
 - Berechnung des Prozentanteils, -satz, Grundwert (nicht über Schlussrechnung)
- Negative Zahlen
 - Rechnen mit negativen Zahlen
- Maßeinheiten
 - Längen-, Flächen-, Volumsmaße, Masse, Zeit; Umrechnungen

Variable, funktionale Zusammenhänge

- Variable und Terme
 - Sachverhalte als Term darstellen / Terme als Sachverhalte interpretieren
 - Rechnen mit Termen (Addition, Subtraktion und Multiplikation, keine Bruchterme)
- Lineare Gleichungen
 - Gleichungen aufstellen (Textgleichungen)
 - Gleichungen als Sachverhalte interpretieren
 - Lösen einfacher Gleichungen
 - Einfache Formelumformungen (wird auch im Kurs wiederholt!)
- Ungleichungen
 - Sachverhalte als Ungleichungen aufstellen
 - Ungleichungen als Sachverhalte interpretieren können
- Funktionale Zusammenhänge
 - Grafische Darstellungen interpretieren können

Geometrische Figuren und Körper

- Koordinatensystem
- Dreiecke, Vierecke, Kreis
 - Grundlegende Formeln (Umfang, Fläche) kennen: Quadrat, Rechteck, Rechtwinkeliges Dreieck, Kreis
 - Formeln für Umfang und Flächeninhalt aus Grundformeln herleiten
 - Körper
 - Grundkörper benennen können
 - Würfel und Quader (Oberfläche und Volumen)
 - Prismen und Pyramiden (Zylinder und Kegel)
 - Volumsformeln (Oberflächenformeln) aufstellen können
 - Satz des Pythagoras

Statistische Kenngrößen und Darstellung

- Arithmetisches Mittel
- Diagramme interpretieren können

1. Zahlen und Maße:

Rechenregeln

Grundrechnungsarten

Rechenarten 1. Stufe

Addition: Summand + Summand = Summe

Subtraktion: Minuend – Subtrahend = Differenz

Rechenarten 2. Stufe

Multiplikation: Faktor * Faktor = Produkt

Division: Dividend : Divisor = Quotient

Rechenarten 3. Stufe

Potenzieren: Basis ^{Hochzahl} = Potenz

Wurzelziehen: Umkehrung des Potenzierens (z.B. $\sqrt[3]{8} = 2$)

Rechenarten höherer Stufe werden immer zuerst ausgeführt!

Übungsaufgaben

1.1. a) $5 \cdot 12 + 4 \cdot 25 =$ b) $240 : 20 - 5 \cdot 2 =$ c) $20 \cdot 8 + 32 : 16 - 12 \cdot 5 =$
 $(5 \cdot 12 + 4) \cdot 25 =$ $240 : (20 - 5) \cdot 2 =$ $20 \cdot (8 + 32) : (16 - 12) \cdot 5 =$
 $5 \cdot (12 + 4) \cdot 25 =$ $240 : (20 - 5 \cdot 2) =$ $20 \cdot (8 + 32 : 16) - 12 \cdot 5 =$
 $5 \cdot (12 + 4 \cdot 25) =$ $(240 : 20 - 5) \cdot 2 =$ $(20 \cdot 8 + 32) : (16 - 12) \cdot 5 =$
 $20 \cdot [8 + 32 : (16 - 12)] \cdot 5 =$
 $[(20 \cdot 8 + 32) : 16 - 12] \cdot 5 =$

1.2. a) $4 + 5 \cdot 3^2 =$ b) $2 \cdot 3 - 1^2 =$ c) $3^3 - 2^3 + 4^2 =$
 $(4 + 5) \cdot 3^2 =$ $2 \cdot (3 - 1)^2 =$ $(3 - 2)^3 + 4^2 =$
 $4 + (5 \cdot 3)^2 =$ $2 \cdot (3 - 1^2) =$ $3^3 - (4 - 2)^3 =$
 $(4 + 5 \cdot 3)^2 =$ $(2 \cdot 3 - 1)^2 =$ $(3^2 - 2^2)^3 =$
 $[(4 + 5) \cdot 3]^2 =$ $[2 \cdot (3 - 1)]^2 =$ $(3^3 - 2^3)^2 =$

1.3. Klammern setzen

Setze bei allen drei folgenden Rechnungen Klammern so, dass die angeführten Ergebnisse richtig sind.

Finde bei der letzten Rechnung mindestens 2 Möglichkeiten.

$$80 - 30 + 20 = 30$$

$$80 - 30 - 20 = 70$$

$$80 + 30 - 20 = 90$$

1.4. Sebastians Hausübung

Sebastian hat bei seiner Hausübung nur bei einer Rechnung das richtige Ergebnis erhalten. Erkläre ihm, was er falsch gemacht hat.

$$\begin{aligned} 453 + 199 + 1 &= 453 + 200 = 653 \\ 342 - 201 - 1 &= 342 - 200 = 142 \end{aligned}$$

„Ich hab bei beiden Rechnungen ganz gleich gerechnet!“

1.5. Die Klasse 2C hat folgende Aufgabe zu lösen:

$$986 - 58 \cdot 14 - 264 : 21 =$$

Florentina, Marianne, Fatima und Anita wählen unterschiedliche Wege zur Berechnung des Ergebnisses. Entscheide für jeden der vier beschriebenen Lösungswege, ob er zum richtigen Ergebnis führt oder nicht!

		richtig	falsch
A	Florentina: Ich rechne zuerst $58 \cdot 14$ und dann $264:21$. Dann zähle ich diese beiden Ergebnisse zusammen. Diese Summe ziehe ich von 986 ab.		
B	Marianne: Ich ziehe von 986 zuerst 58 ab und multipliziere dieses Ergebnis mit 14. Davon ziehe ich dann 264 ab. Dieses Ergebnis dividiere ich durch 21.		
C	Fatima: Ich multipliziere zuerst 58 mit 14. Von diesem Ergebnis ziehe ich den Quotienten von 264 und 21 ab. Dieses Ergebnis ziehe ich von 986 ab.		
D	Anita: Ich rechne zuerst $58 \cdot 14$ und ziehe das Ergebnis dieser Multiplikation von 986 ab. Von diesem Ergebnis ziehe ich das Ergebnis der Division von 264 und 21 ab.		

Brüche

Brüche verwendet man als

- Teile eines Ganzen, z.B. $\frac{3}{4}$ l Milch
- Ergebnis einer Division, z.B. $3 : 4 = \frac{3}{4}$
- Verhältniszahlen, z.B.:
In einem Kurs sind 15 von 20 Teilnehmern Frauen, das sind $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Bruch = $\frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$

Dezimalzahlen kann man als Brüche auffassen, bei denen im Nenner eine Zehnerpotenz steht, z.B. $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

Arten von Brüchen:

Echter Bruch: Wert kleiner als 1, z.B. $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$...

Unechter Bruch: Wert größer als 1, z.B. $\frac{3}{2}$, $\frac{11}{4}$, $\frac{17}{5}$...

Gemischte Zahl: ganze Zahl + Bruch, z.B. $1\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$, $3\frac{2}{5}$...

Umwandeln eines unechten Bruchs in eine gemischte Zahl:

$$\text{z.B. } \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4} \quad 11:4 = 2, \text{ Rest } 3$$

Umwandeln einer gemischten Zahl in einen unechten Bruch:

$$\text{z.B. } 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4} \quad 2 = \frac{8}{4}, \quad \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

Erweitern / Kürzen

Zähler und Nenner werden mit derselben Zahl multipliziert / durch dieselbe Zahl dividiert.
Der Wert des Bruches bleibt dabei gleich!

$$\text{z.B.: } \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20} \quad \frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}$$

Addieren / Subtrahieren

Ungleichnamige Brüche müssen zuerst durch Erweitern auf gemeinsamen Nenner gebracht werden (kgV der Nenner). Die Zähler werden addiert / subtrahiert, der Nenner bleibt gleich.

$$\text{z.B.: } \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} - \frac{2}{12} = \frac{9+8-2}{12} = \frac{15}{12} = 1\frac{1}{4}$$

Multiplizieren

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der Zahl multipliziert.

$$\text{z.B.: } 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{3} = \frac{10}{3}$$

Zwei Brüche werden miteinander multipliziert, indem man jeweils die Zähler und Nenner miteinander multipliziert. (Nach Möglichkeit vorher kürzen!)

$$\text{z.B.: } \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{12} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 12} = \frac{1 \cdot 7}{4 \cdot 4} = \frac{7}{16}$$

Dividieren

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man den Nenner mit der Zahl multipliziert.

$$\text{z.B.: } \frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3 \cdot 5} = \frac{2}{15}$$

Eine Zahl wird durch einen Bruch dividiert, indem man sie mit dem Kehrwert des Bruches multipliziert. (Das gilt auch für Doppelbrüche.)

$$\text{z.B.: } \frac{3}{4} : \frac{7}{12} = \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{7} = \frac{3 \cdot 12}{4 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{9}{7}$$

Potenzieren

Ein Bruch wird potenziert, indem man Zähler und Nenner potenziert.

$$\text{z.B.: } \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

Übungsaufgaben:

1.6.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$

c) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} =$

d) $\frac{5}{6} + \frac{3}{8} =$

i) $1\frac{2}{5} + 2\frac{2}{3} =$

j) $3\frac{2}{3} + 4\frac{5}{6} =$

k) $8\frac{5}{9} - 3\frac{1}{6} =$

l) $5\frac{1}{12} - 3\frac{3}{4} =$

e) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} =$

f) $\frac{2}{5} - \frac{4}{15} =$

g) $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} =$

h) $\frac{7}{10} - \frac{3}{8} =$

m) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} =$

n) $2\frac{3}{7} + 1\frac{1}{2} - \frac{5}{14} =$

o) $5\frac{1}{2} - 3\frac{2}{9} + 1\frac{1}{6} =$

p) $1\frac{4}{25} - \frac{1}{2} + 2\frac{3}{10} =$

1.7.

- a) $\frac{3}{4} \cdot 5 =$
 b) $1\frac{2}{3} \cdot 9 =$
 c) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} =$

- d) $6\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} =$
 e) $\frac{4}{9} \cdot 1\frac{7}{8} =$
 f) $2\frac{2}{5} \cdot 3\frac{1}{3} =$
 g) $2\frac{1}{12} \cdot 2\frac{7}{10} =$

1.8.

- a) $\frac{4}{5} : 8 =$
 b) $\frac{2}{5} : \frac{3}{10} =$
 c) $\frac{7}{12} : \frac{5}{9} =$

- d) $2\frac{1}{3} : \frac{1}{6} =$
 e) $3\frac{3}{4} : \frac{5}{8} =$
 f) $\frac{3}{8} : 2\frac{7}{10} =$
 g) $4\frac{1}{5} : 4\frac{2}{3} =$

1.9. Bildungsstand der Österreicherinnen und Österreicher

In einer Tageszeitung findet man folgende Schlagzeile:

„3/4 aller Österreicher(innen) haben keine Matura“

Welche der folgenden Aussagen gibt die Bedeutung der Aussage der Schlagzeile sinngemäß richtig wieder, welche nicht?

Kreuze in jeder Zeile das Zutreffende an.

		richtig	nicht richtig
A	Jede(r) dritte Österreicher(in) hat keine Matura.		
B	25% aller Österreicher(innen) haben Matura.		
C	Das Verhältnis der Österreicher(innen) mit Matura zu jenen ohne Matura ist 3 : 4.		
D	Im Durchschnitt hat eine(r) von vier Österreicher(inne)n Matura.		

1.10. Darstellungen einer Zahl

Gegeben ist die Zahl 0,035.

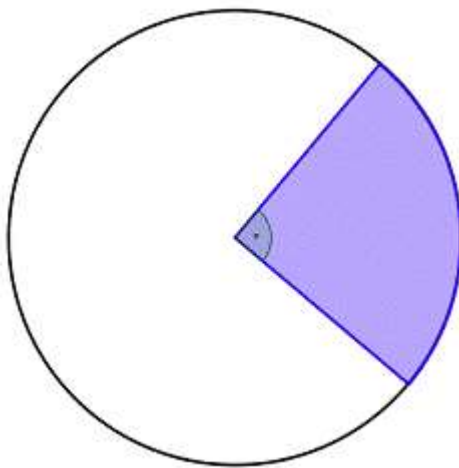
Kreuze jene zwei Zahlen an, die der gegebenen Zahl 0,035 entsprechen!

☐ $\frac{35}{1000}$ ☐ $\frac{35}{100}$ ☐ 35% ☐ 3,5% ☐ 0,35%

1.11. Markierter Teil

Die ganze Kreisfläche steht für die Zahl 1.

Welche Zahlen stehen für den dunkel markierten Teil der Kreisfläche?



Zwei der folgenden Antworten sind richtig. Kennzeichne sie.

A 25% B $\frac{25}{1000}$ C $\frac{1}{4}\%$ D $\frac{2}{8}$ E 0,4

1.12. Zahlengerade

Zeichne eine passende Zahlengerade und markiere auf dieser folgende Zahlen:

1,5; $-\frac{6}{8}$; 1; $\frac{5}{2}$; 4,2

Prozentrechnung

Damit man verschiedene Anteilswerte besser vergleichen kann, gibt man sie meist in Hundertstel = Prozent an.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Dabei erhält man folgende Formeln (G: Grundwert, A: Prozentanteil, p: Prozentsatz):

$$A = G \cdot \frac{p}{100} \quad G = A : \frac{p}{100} \quad p = \frac{A}{G} \cdot 100$$

Es geht aber auch ohne Formeln!

Berechnung des Prozentanteils:

Wie viel sind 36% von 250? $\rightarrow 250 \cdot \frac{36}{100} = 250 \cdot 0,36 = 90$

Berechnung des Grundwerts:

36% einer Zahl sind 108; wie groß ist die Zahl?

Vorhin haben wir den Grundwert mit 0,36 multipliziert, um den Prozentanteil zu berechnen. D.h., um den Grundwert zu erhalten, müssen wir den Prozentanteil durch 0,36 dividieren: $108 : 0,36 = 300$

Berechnung des Prozentsatzes:

Wie viel Prozent von 28 sind 7? $\rightarrow 7$ von 28 sind $\frac{7}{28} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

Bei Aufgaben der Art „Eine Zahl wird um p% erhöht bzw. erniedrigt“ rechnet man am besten mit dem erhöhten (bzw. erniedrigten) Prozentsatz.

Bsp.: Ein Artikel kostete bisher 250 €, der Preis wurde um 15% erhöht.

Der neue Preis (= Prozentanteil) beträgt also 115% von 250 € = $250 \cdot 1,15 = 287,50$ €

Bsp.: Ein Artikel wird um 5% billiger verkauft und kostet jetzt 38 €. Wie hoch war der ursprüngliche Preis?

38 € sind 100% - 5% = 95% des ursprünglichen Preises (= Grundwert); der Grundwert beträgt daher $38 : 0,95 = 40$ €

Übungsaufgaben:

- 1.13. Von 120 Teilnehmern einer Werbeveranstaltung kauften 75 das Produkt; wie viel Prozent sind das?
- 1.14. Jemand verdient 1850,- € und gibt davon 530,- € für die Miete aus.
- 1.15. Bei einer Umfrage geben von 1500 Befragten 532 an, eine bestimmte Partei zu wählen.
- 1.16. Ein Ort hatte vor 10 Jahren 1320 Einwohner, jetzt sind es 1670. Um wieviel Prozent ist die Einwohnerzahl gestiegen?
- 1.17. Die Miete wird von 530,- € auf 568,- € erhöht. Wieviel Prozent beträgt die Erhöhung?
- 1.18. Ein Artikel kostet 35,- €. Bei einem Sonderangebot wird er um 25,- € angeboten. Um wieviel Prozent wurde er verbilligt?

- 1.19.** Durch den Ausbau einer Bahnstrecke verkürzt sich die Fahrzeit von 2 h 10 min auf 1 h 45 min. Wie viel Prozent Zeitersparnis ist das?
- 1.20.** Bei einer Lieferung von 320 kg Obst sind 12% verdorben. Wie viel kg sind das?
- 1.21.** In einer Firma arbeiten 75 Personen. Davon sind 28% Raucher.
- 1.22.** Der Nettopreis eines Artikels beträgt 4,50 €. Wie hoch ist der Preis incl. 20% Mehrwertsteuer?
- 1.23.** Vor 20 Jahren gab es in einer Stadt 3570 Autos. Inzwischen ist ihre Anzahl um 130% gestiegen.
- 1.24.** Ein Artikel kostet 119,- €. Beim Kauf werden 3% Skonto gewährt. Wie viel muss der Kunde zahlen?
- 1.25.** Von einer bestimmten Menge an radioaktivem Jod zerfallen pro Tag ca. 8,3%. Wieviel ist von 2,5 mg nach einem Tag noch vorhanden?
- 1.26.** Ein Bauer hat 5,6 ha Wiesen, das sind 35% seines Grundbesitzes. Wie groß ist der Besitz?
- 1.27.** In einem Ort leben 45 Bauern, das sind 6,25% der Bevölkerung. Wie viel Einwohner hat der Ort?
- 1.28.** Ein Artikel kostet incl. 20% Mehrwertsteuer 59,90 €. Berechne den Nettopreis!
- 1.29.** Ein Geldbetrag ist mit 5% Verzinsung in einem Jahr auf 2730,- € angewachsen. Wie hoch war der ursprüngliche Betrag?
- 1.30.** Ein Artikel kostet 80,- €. Der Preis wird zuerst um 15% und dann nochmals um 10% gesenkt. Um wie viel Prozent ist der Artikel insgesamt billiger geworden? Macht die Reihenfolge der Preissenkungen einen Unterschied?
- 1.31.** Der Umsatz einer Firma ist in einem Jahr um 8% gestiegen, im darauffolgenden Jahr um 5%. Wie viel Prozent beträgt die Steigerung insgesamt?

1.32. Geldbetrag

Ein Geldbetrag wird verdoppelt.
Welche Aussagen sind richtig?

- A Der neue Geldbetrag ist um 100 % größer als der ursprüngliche Geldbetrag.
- B Der neue Geldbetrag beträgt 200 % des ursprünglichen Geldbetrags.
- C Der neue Geldbetrag ist um 200 % größer als der ursprüngliche Geldbetrag.
- D Der ursprüngliche Betrag ist um 50 % kleiner als der neue Geldbetrag.
- E Der neue Geldbetrag ist um 50 % größer als der ursprüngliche Geldbetrag.

1.33. Maisaussaat

Bei der Aussaat von Mais keimen nur ca. 90 % der Körner an.

In einem Feld wurden annähernd 80 000 Maiskörner ausgesät. Während der Reifezeit zerstörte Hagel rund 20 % der Pflanzen.

- a) Wie viele Pflanzen sind unter diesen Voraussetzungen etwa zur Ernte zu erwarten?
- b) Ungefähr wie viel % der gesäten Körner haben sich unter diesen Voraussetzungen nicht zu reifen Pflanzen entwickelt?

1.34. Messfehler

Eine Streckenlänge wird mit 8500 m angegeben.

Bei der Messung kann aber ein Fehler von maximal 2% aufgetreten sein.

Wie lang ist die Strecke mindestens bzw. höchstens?

1.35. Peter und Josef

Peter besitzt 100,- €, Josef besitzt 200,- €. Josef sagt stolz zu Peter: „Ich besitze um 100 % mehr Geld als du.“ Peter entgegnet: „Das macht mir gar nichts aus, ich habe ja nur um 50 % weniger als du.“

Zwei der folgenden fünf Aussagen können das Ganze aufklären.

Kreuze diese zwei Aussagen an.

- ☐ Irgendwo ist hier ein Widerspruch. 50 % können nicht 100% sein.
- ☐ Peter täuscht sich. Er besitzt 100 % weniger als Josef.
- ☐ Beide haben Recht, weil sie von verschiedenen Grundwerten ausgehen
- ☐ Peter hat Recht: 50 % von 200,-€ sind 100 €.
- ☐ Josef täuscht sich, weil er um 200 % mehr besitzt als Peter.

1.36. Verkaufszahlen

Es ist uns gelungen, die Verkaufszahlen zu halten!

Die Verkaufszahlen unseres Unternehmens sind im Jahr 2007 um 20% gesunken, nach einer intensiven Werbekampagne aber im darauf folgenden Jahr wieder um 20% angestiegen.

Ist die Behauptung „Es ist uns gelungen, die Verkaufszahlen zu halten!“

mathematisch richtig?

Begründe deine Antwort.

Rechnen mit negativen Zahlen

Addition und Subtraktion

$$+(+a) = -(-a) = +a$$

$$+(-a) = -(+a) = -a$$

Multiplikation und Division

$$(+a) \cdot (+b) = (-a) \cdot (-b) = +ab$$

$$(+a) \cdot (-b) = (-a) \cdot (+b) = -ab$$

Übungsaufgaben:

1.37.

a) $(+10) + (-6) - (+7) =$

b) $(+15) - (-9) + (-12) =$

c) $(-21) - (+8) + (+11) =$

d) $(-9) + (+16) - (-10) =$

d) $(+48) - (+23) - (-52) - (+5) =$

e) $(-75) + (+15) - (-36) - (+6) =$

f) $(+91) + (-70) - (+14) + (-30) =$

g) $(-64) - (+12) - (-80) - (-18) =$

1.38.

a) $(+6) \cdot (-4) + (+4) \cdot (+10) - (+2) \cdot (-5) =$

b) $(-6) \cdot (-4) - (+4) \cdot (-10) + (-2) \cdot (-5) =$

c) $[(+6) \cdot (-4) + (+4)] \cdot (+10) - (+2) \cdot (-5) =$

d) $(+6) \cdot [(+4) + (-4) \cdot (-10)] - (-2) \cdot (-5) =$

e) $(-6) \cdot (+4) + (-4) \cdot [(+10) + (+2) \cdot (-5)] =$

f) $[(-6) \cdot (-4) - (+4)] \cdot [(-10) + (+2)] \cdot (+5) =$

1.39.

a) $(-36) : (+9) - (+21) : (-7) =$

b) $(+9) : (-12) + (-15) : (-6) =$

c) $[(-96) : (-8) + (+4)] \cdot (+6) =$

d) $(-96) : [(-8) + (+4) \cdot (+6)] =$

e) $(-96) : [(-8) + (+4)] \cdot (+6) =$

f) $[(+120) + (-43)] : [(-40) - (-18)] =$

Maßeinheiten

Längeneinheiten: $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$; $1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$

Flächeneinheiten: $1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$

$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$

Raumeinheiten (inkl. Hohlmaße):

$1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$

$1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$

$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$

Masse: $1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg}$; $1 \text{ kg} = 100 \text{ dag} = 1\,000 \text{ g}$

Zeiteinheiten: $1 \text{ d} = 24 \text{ h}$; $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ s}$

Übungsaufgaben:

1.40.

Erklären Sie den Fehler:

a) $600 \text{ m}^2 = 600 \text{ m} \cdot 600 \text{ m} = 360\,000 \text{ m}^2$

b) $1 \text{ €} = 100 \text{ c} = 10 \text{ c} \cdot 10 \text{ c} = 0,1 \text{ €} \cdot 0,1 \text{ €} = 0,01 \text{ €} = 1 \text{ c}$

1.41.

Wandeln Sie um:

- a) 25 m in cm , dm , mm , km
- b) 320 mm in cm , dm , m
- c) $0,4 \text{ dm}^2$ in cm^2 , mm^2 , m^2
- d) $75\,000 \text{ m}^2$ in a , ha , km^2
- e) $1,6 \text{ m}^3$ in dm^3 , cm^3 , l
- f) 4 cl in l , mm^3 , cm^3
- g) $10\,000 \text{ s}$ in h , min und s

1.42.

Österreich hat ca. 8 Millionen Einwohner.

- a) Wie lang wäre die Menschenschlange, wenn sich alle Österreicher/innen mit 1 m Abstand hintereinander aufstellen würden?
- b) Welche Fläche würden die Einwohner beanspruchen, wenn jeder 1 m^2 Platz braucht? (Finden Sie eine anschauliche Vergleichsfläche.)
- c) Angenommen, alle Österreicher/innen würden in eine würfelförmige Kiste gepackt, wobei auf jede/n 1 m^3 Volumen entfällt. Wie lang wäre eine Seite dieser Kiste?

1.43. Brennholz

Im Holzhandel ist es üblich, das Holz nach dem Volumen abzurechnen.

Dabei werden verschiedene Einheiten verwendet.

1 fm (= 1 Festmeter) entspricht 1 m³ fester Holzmasse, d.h. ohne Zwischenräume in der Schichtung.

1 rm (= 1 Raummeter) entspricht jener Menge gespaltenem Holz in Form von gestapelten Holzscheiten, die das Volumen von 1 m³ ausfüllt.

Zum Abschätzen des Raumbedarfes von ofenfertigem, gespaltenem Brennholz kann angenommen werden, dass für 1 fm ungefähr 1,5 m³ Raum benötigt werden.

Zur Berechnung des Volumens eines Stammes wird der „mittlere Durchmesser“ (= Durchmesser in der Mitte der Gesamtlänge des Stammes) gemessen.

Ein Holzfäller hat für einen Kunden die neben stehende Liste über gelieferte Baustämme erstellt.

Stück	Durchmesser in cm	Länge in m
3	40	4
2	28	4
1	35	4,2
1	33	4,2

- a) Wie viel Festmeter Holz hat der Holzfäller seiner Kundschaft geliefert?
- b) Wie viel € muss der Käufer bezahlen, wenn der Holzfäller für einen Festmeter 48 € inklusive Zustellung verlangt?
- c) Wie groß ist der Raumbedarf für das gelieferte Holz, wenn es als gestapelte Scheite eingelagert werden soll?
- d) Die Kundschaft lagert das Holz in einem Kellerabteil mit den Maßen 2 m × 2 m × 2,2 m ein.
Wie viel Festmeter könnte der Kunde noch nachkaufen, um das Kellerabteil ganz aufzufüllen?

1.44. Fluss

Ein Fluss ist 2592 km lang.

Das Wasser fließt von der Quelle bis zur Mündung mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 2 m pro Sekunde.

Wie viele Tage benötigt das Wasser für die gesamte Strecke?

1.45. Talabfahrt

Franz und Kurt sind gute Skiläufer und machen einen Wettkampf, wer schneller von der Bergstation im Tal ist. Ihre Freundin Lisa stoppt mit einer einfachen Uhr die beiden Zeiten.

Kurt braucht 8 Minuten und 24 Sekunden, Franz 9 Minuten und 36 Sekunden.

Nach dem Wettkampf sagt Lisa: „Kurt war um 1,12 Minuten schneller.“

- a) Begründe, warum die Zeitangabe von Lisa falsch ist.
- b) Durch welche Dezimalzahl lässt sich der Zeitunterschied richtig darstellen?

1.46.

Ein Imker hat seine Bienenvölker neben Rapsfeldern aufgestellt, die 6 ha groß sind. Er kann aus seinen Völkern 30 kg Honig gewinnen.

Welche Menge an Honig erhält man pro Quadratmeter eines Rapsfeldes?

1.47.

Ein Holzbrett ist 1,8 m lang, 20 cm breit und 15 mm dick.

- a) Geben Sie das Volumen des Brettes in cm^3 und dm^3 an.
- b) Fichtenholz hat eine Dichte von 470 kg/m^3 . Berechnen Sie die Masse des Brettes in kg und in g.

2. Variable, funktionale Zusammenhänge

Variable und Terme

Übungsaufgaben:

2.1.

Der Preis einer Flasche Weißwein sei W , der einer Flasche Rotwein R . Gib eine Formel für den Gesamtpreis an:

- a) Jemand kauft 3 Flaschen Weißwein und 2 Flaschen Rotwein.
- b) Ein Weinbauer verkauft an einem Tag 12 Flaschen Weißwein und 5 Flaschen Rotwein, am nächsten Tag 8 Flaschen Weißwein und 10 Flaschen Rotwein.
- c) Jemand bestellt für ein Fest je 20 Flaschen Weißwein und Rotwein. 9 Flaschen Weißwein und 6 Flaschen Rotwein gibt er wieder zurück.
- d) Ein Wirt verkauft 7 Flaschen Weißwein und 12 Flaschen Rotwein. Davon muss er 10% Getränkesteuer abführen. Wieviel beträgt die Steuer?

2.2.

Zu einer Veranstaltung kommen e Erwachsene und k Kinder. Gib eine Formel für die Einnahmen des Veranstalters an!

- a) Der Einheitspreis für eine Karte beträgt p .
- b) Der Preis für eine Erwachsenenkarte beträgt p , für eine Kinderkarte q .
- c) Wie b), aber e_0 Erwachsene und k_0 Kinder haben einen Gutschein für freien Eintritt.
- d) Wie b), aber jeder Gast erhält ein Gratisgetränk im Wert g .

2.3. Taschengeld

Max erhält um fünf Euro mehr Taschengeld als Franz.

Stelle dies durch eine Gleichung dar, in der du die folgenden Variablen verwendest:

m Taschengeldebtrag in Euro, den Max erhält

f Taschengeldebtrag in Euro, den Franz erhält

2.4. Handyrechnung 1

Für dein Handy bezahlst du 20 € Grundgebühr im Monat.

Eine Gesprächsminute kostet 0,03 €.

Gib eine Formel an, mit der die Betreiberfirma deine monatlichen Gesamtkosten K in € bei einer Gesprächsdauer von x Minuten berechnen kann

2.5. Handyrechnung 2

Für dein Handy bezahlst du 10 € Grundgebühr im Monat.

Eine Gesprächsminute kostet 0,04 €.

Mit welcher der folgenden Formeln kann die Betreiberfirma deine monatlichen Gesamtkosten K in € bei einer Gesprächsdauer von x Minuten berechnen?

Kennzeichne den Buchstaben, der zur richtigen Formel gehört.

- A $K = 10 + 0,04$
- B $K = 10 \cdot x + 0,04$
- C $K = 10 + 0,04 \cdot x$
- D $K = 10 + 0,04 + x$
- E $K = 10 \cdot x + 0,04 \cdot x$
- F $K = 10 \cdot 0,04 \cdot x$

2.6. Schule

In einer Schule sind L Lehrpersonen und K Kinder.

Was sagt die Gleichung $K = 12 \cdot L$ aus?

2.7.

Vereinfachen Sie:

- a) $a + a + b + a + b$
- b) $c + c - d - c + d$
- c) $2x + 3y + x + 5y$
- d) $4y + z + 8y + 5z$
- e) $3a + 4b - 3b - a$
- f) $6p - r + 2p + 3r$
- g) $7a - 5n + 3n - 4a$
- h) $3x + z - 5x - 8z$
- i) $5e - 3f + 7 + 5f - 3$
- j) $9p - 2 - 3q + 6 + 3p$
- k) $3r - 8t - 9 + 3t - 7r$
- l) $7a - 4b + 11 - b - 6 + 2a$

2.8.

Vereinfachen Sie:

- a) $5x + (2y + 8x) + 3y$
- b) $(4u + 2v) + (8v + 7u)$
- c) $(3a - 4c) + (c - 2a)$
- d) $(5a + 3b) - (3a + 2b)$
- e) $(5a - 3b) - (2b - 3a)$
- f) $6b - (3e + 2b) - 5e$
- g) $(3t - 5z) - (2z - 4t)$
- h) $9f - (5e + 3f - 2)$
- i) $5a + (3a - 2b) - (a + 5b)$
- j) $(x + 4z) + (3y - x + 7z)$
- k) $3r - (7 - 6t) + (5r + 1)$
- l) $5m - (2m + 3) + (7 - 3m)$

2.9.

Vereinfachen Sie:

- a) $2 \cdot (2a + 3b) + 3 \cdot (3a - 2b)$
- b) $6 \cdot (a - 2b) - 2 \cdot (a - 5b)$
- c) $(5r - s) \cdot 3 + (2s - 7r) \cdot 4$
- d) $(8r + 3s) \cdot 2 - (7s - 4r) \cdot 3$
- e) $10 \cdot (2g - 5h) + 7 \cdot (-3g + 7h)$
- f) $(-3) \cdot (4p - 3q) - 5 \cdot (4q - 3p)$
- g) $5 \cdot (3a + b - 2) + 3 \cdot (10 - 2a) - 5 \cdot (b - a)$
- h) $(-4) \cdot (2b - c + 3a) - 3 \cdot (a + 3b - 2c)$

2.10.

Vereinfachen Sie:

- a) $a \cdot (a + b) + b \cdot (a - b)$
- b) $x \cdot (2x - y) - y \cdot (x + 3y)$
- c) $2a \cdot (3a + 4e) + 5e \cdot (3e - a)$
- d) $4p \cdot (3t - 2p) - t \cdot (4t + 2p)$
- e) $2z \cdot (z - 5) + 7 \cdot (z + 3)$
- f) $6x \cdot (2y + 3) - 3y \cdot (4x - 1)$
- g) $a \cdot (2a - 5c - 9) - 4c \cdot (a - 2c + 5)$
- h) $(-3m) \cdot (2n + 5 - 3p) + 8p \cdot (-2m + 4)$
- i) $(2a + 3b) \cdot (4c - d)$
- j) $(x - 5y) \cdot (3x + 4z)$
- k) $(p + 2) \cdot (p + 7)$
- l) $(p - 4) \cdot (p + 5)$
- m) $(8r + 3) \cdot (3r + 5)$
- n) $(2x + 6) \cdot (3x - 4)$
- o) $(5y - z) \cdot (3y - 8z)$
- p) $(a - 9b) \cdot (2a + 7b)$
- q) $(x - 2y + 3) \cdot (3x - y)$

Lineare Gleichungen

Gleichung, in der die Unbekannte nur in der 1. Potenz vorkommt

Lineare Gleichungen kann man mit **Äquivalenzumformungen** lösen:

- auf beiden Seiten der Gleichung dieselbe Zahl (denselben Term) addieren
- auf beiden Seiten der Gleichung dieselbe Zahl (denselben Term) subtrahieren
- beide Seiten der Gleichung mit derselben Zahl (demselben Term) $\neq 0$ multiplizieren
- beide Seiten der Gleichung durch dieselbe Zahl (denselben Term) $\neq 0$ dividieren

Lösungsschema: Wir formen die Gleichung so um, dass wir alle Unbekannten auf einer Seite und alle Zahlen auf der anderen Seite zusammenfassen können. Dann dividieren wir durch den Faktor, der noch bei der Unbekannten steht.

Übungsaufgaben:

2.11.

Lösen Sie die Gleichungen:

a) $3x + 5 = 23$

h) $6z + 8 = 11z - 7$

b) $8x - 12 = 28$

i) $9y + 4 = 3y - 10$

c) $10y + 23 = 3$

j) $100 - 7x = 13x$

d) $11 - 5z = 26$

k) $\frac{2x}{3} + 2 = 10$

e) $4z - 9 = -2$

l) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 25$

f) $12y + 15 = 19$

m) $\frac{z}{3} - \frac{z}{5} = 1$

g) $7x + 3 = 5x + 12$

Textgleichungen

2.12. Subtrahiert man vom Drittel einer Zahl ein Viertel dieser Zahl, so ergibt sich 7.

2.13. Vermehrt man eine Zahl um ihr Drittel und ihr Viertel. so erhält man 190.

2.14. Die Summe aus der Hälfte, dem Drittel und dem Viertel einer Zahl ist um 3 größer als die Zahl.

2.15. a) Das 3-fache und das Drittel, b) das 7-fache und das Siebentel einer Zahl geben zusammen 100. Berechne die Zahl!

2.16. Jemand hat 300 Rupien und 6 Pferde. Ein anderer hat 10 Pferde, aber eine Schuld von 100 Rupien. Beider Vermögen ist gleich groß. Wie viel kostet ein Pferd? (Indien)

- 2.17.** Von einem Schwarm Bienen lässt sich ein Fünftel auf einer Kadambablüte, ein Drittel auf der Silindhablume nieder. Der dreifache Unterschied der beiden Zahlen flog nach den Blüten einer Kutuja, eine Biene blieb übrig, die in der Luft hin und her schwebte, gleichzeitig angezogen durch den lieblichen Duft einer Jasmine und eines Pandamus. Sage mir, reizendes Weib, die Anzahl der Bienen! (*Indien*)
- 2.18.** Jemand wird nach seinem Alter gefragt und antwortet: „Wenn ich noch einmal so alt wäre, dazu noch die Hälfte und ein Viertel meines Alters und ein Jahr, dann wäre ich 100 Jahre.“ Wie alt ist er?
- 2.19.** Peter und seine Eltern sind zusammen genau 100 Jahre alt. Peters Vater ist dreimal so alt wie er, die Mutter ist um 5 Jahre jünger als der Vater. Wie alt ist Peter?
- 2.20.** An seinem 50. Geburtstag stellt ein Vater fest, dass seine drei Kinder zusammen ebenso alt sind wie er selbst. Die Tochter ist um 6 Jahre älter als der jüngste Sohn, der gerade halb so alt ist wie sein älterer Bruder. Wie alt sind die drei Kinder?
- 2.21.** Gibt man von einem Geldbetrag ein Drittel, ein Viertel und ein Fünftel aus, so bleiben noch 130 € übrig. Berechne den Geldbetrag!

Teilungsaufgaben

- 2.22.** Drei Gesellen wollen ein Haus für 204 Gulden kaufen. Der erste gibt dreimal so viel wie der zweite, dieser viermal so viel wie der dritte. Berechne, wieviel jeder zahlen muss. (*Adam Ries*)
- 2.23.** Ein Vater vererbt seiner Frau, seinem Sohn und seinen beiden Töchtern 3600 Gulden. Sein letzter Wille ist, dass der Sohn zweimal so viel wie die Mutter und die Mutter zweimal so viel wie jede Tochter erhält. Berechne, wieviel jeder erbt. (*Adam Ries*)
- 2.24.** Der Betrag von 8400 € soll unter drei Personen A, B und C aufgeteilt werden. B soll dabei halb so viel wie A, C halb so viel wie B erhalten.
- 2.25.** Ein Betrag von 4500 € soll auf drei Preisträger aufgeteilt werden. Der zweite Preis soll $\frac{3}{4}$ des ersten, der dritte $\frac{2}{3}$ des zweiten betragen.

Ungleichungen

Übungsaufgaben:

- 2.26.** „Kinder bis 15 Jahre zahlen die Hälfte.“ Diese Bedingung kann verschieden interpretiert werden:
- Das Kind ist genau 15 Jahre oder jünger.
 - Das Kind ist noch nicht 16 Jahre.
- Schreiben Sie beide Möglichkeiten als Ungleichung an.
- 2.27.** Ein Bauer hat k Kühe und s Schweine. Interpretieren Sie die folgenden Ungleichungen:
- $s > 2 \cdot k$
 - $k = s - 10$

Geben Sie je einen möglichen Wert für k und s an, so dass beide Aussagen wahr sind.

- 2.28.** B ist die Anzahl der Burschen in einer HTL-Klasse, M die Anzahl der Mädchen. Interpretieren Sie die folgenden Ungleichungen:
- $B + M \leq 30$
 - $B \geq 2 \cdot M$
- 2.29.** a und b sind positive Zahlen. Erklären Sie, warum die beiden Ungleichungen nicht beide gleichzeitig wahr sein können:
- $a < b - 5$
 - $5 \cdot b < a$
- 2.30.** Eine Bäckerei verkauft Weißbrot und Vollkornbrot. w ist die an einem Tag verkaufte Menge Weißbrot in kg, v die verkaufte Menge Vollkornbrot.
- a) Schreiben Sie die folgenden Aussagen als Ungleichungen:
- Es wird mehr Weißbrot als Vollkornbrot verkauft.
 - Es wird höchstens 1,5 mal so viel Weißbrot wie Vollkornbrot verkauft.
 - Insgesamt werden höchstens 100 kg Brot verkauft.
- b) Geben Sie einige möglichen Werte für w und v an, so dass die Aussagen aus Bsp. a wahr sind.
- 2.31.** In den Führungsetage der meisten Betriebe sind die Männer in der Überzahl. In der Regel gilt : $M > D \cdot 2$
M...Anzahl der Männer; D...Anzahl der Damen

Wenn in einem solchen Betrieb in der Führungsetage 8 Damen sind, welche der folgenden Aussagen über die Anzahl der Männer sind richtig:

- a) Es sind mindestens 15.
- b) Es sind höchstens 15.
- c) Es sind mindestens 16.
- d) Es sind höchstens 16.
- e) Es sind mindestens 17.
- f) Es sind höchstens 17.

2.32. Bodymassindex

Ärzte bestimmen zur Feststellung von Übergewicht den sogenannten „Bodymassindex (BMI)“. Dieser wird nach folgender Formel berechnet:

$$\text{BMI} = \frac{\text{Körpermasse (in kg)}}{[\text{Körpergröße (in m)}]^2}$$

Es gilt:

$20 < \text{BMI} < 25$ Idealgewicht

$25 < \text{BMI} < 30$ Übergewicht (Abnehmen empfohlen)

$30 \leq \text{BMI}$ starkes Übergewicht (Abnehmen dringend empfohlen)

a) Welchen BMI errechnet der Arzt für Herrn Marek, der bei 176 cm Körpergröße 95 kg wiegt.

b) Welchen Ratschlag wird der Arzt Herrn Marek geben?

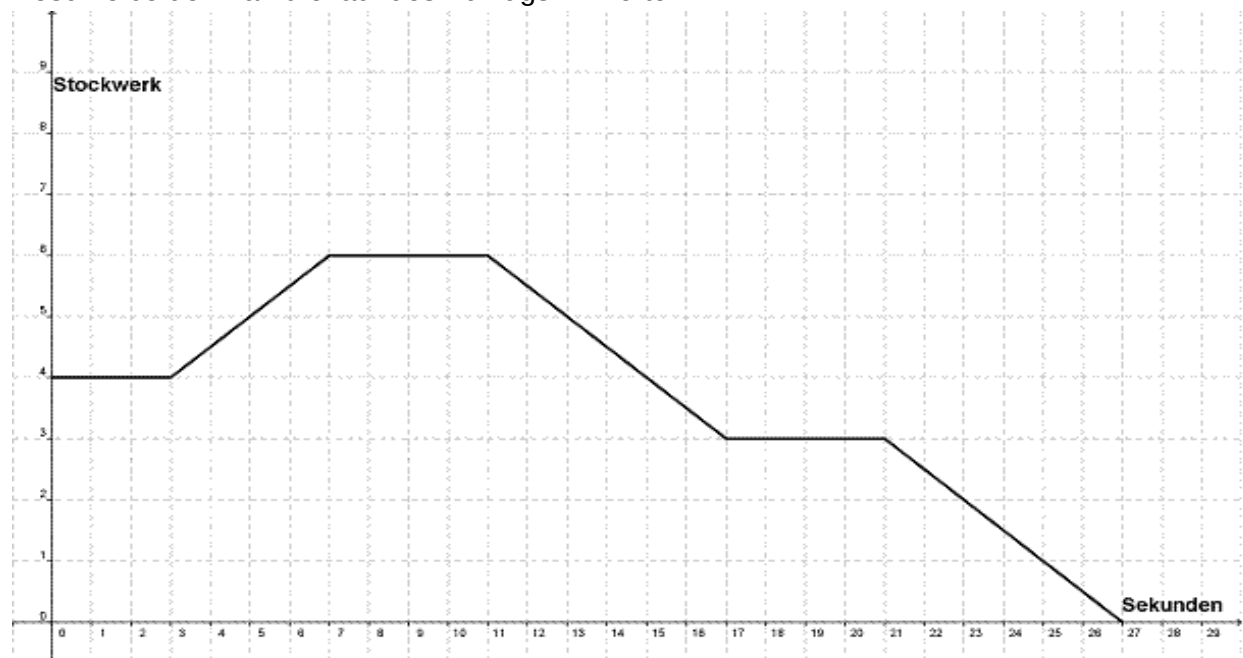
Funktionale Zusammenhänge

Übungsaufgaben:

2.33. Aufzug

Das Diagramm stellt näherungsweise die Probefahrt eines Aufzugs in einem Hochhaus mit 8 Stockwerken dar.

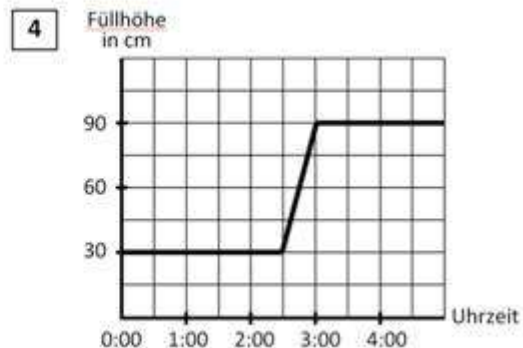
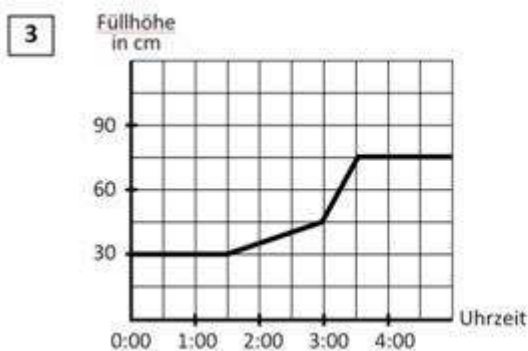
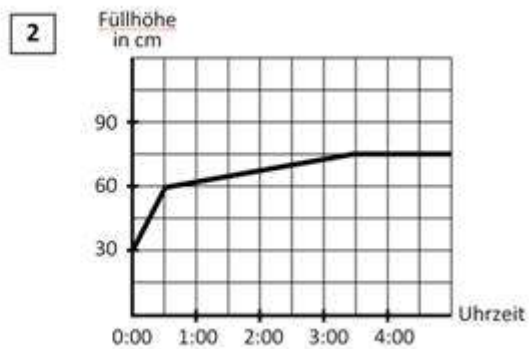
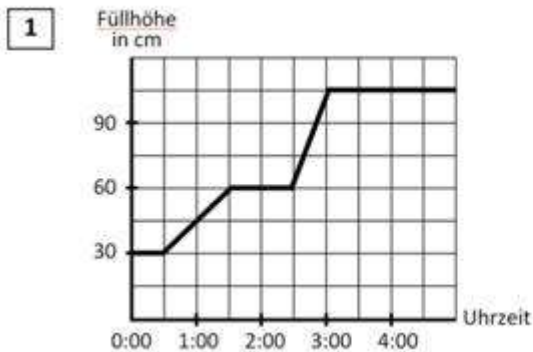
Beschreibe den Fahrtverlauf des Aufzugs in Worten.



2.34. Nachtregen

a) Eine zylinderförmige, oben offene Regentonne hat eine Höhe von 105 cm und wird vom Regenwasser einer Dachfläche gespeist. Die folgenden Graphen zur Füllhöhe der Regentonne ergeben sich aus verschiedenen Wetterverläufen.

Ordne den Aussagen unterhalb der Grafiken jeweils einen oder mehrere Graphen zu, indem du die Nummern der Graphen neben den Aussagen notierst.



- 10 Minuten nach Mitternacht regnete es. _____
- Gegen 3 Uhr nachts war der Regen zu Ende. _____
- Nach einem Starkregen hat es 3 Stunden lang leicht geregnet. _____
- Es hat nach Mitternacht insgesamt 2 Stunden lang geregnet. _____
- Um 1 Uhr und um 4 Uhr hat es nicht geregnet. _____
- Der Regen der vergangenen Nacht hat die Regentonne voll gemacht. _____
- Zwischen Mitternacht und 4 Uhr hat es die meiste Zeit geregnet. _____

b) Warum ist bei Graph 1 manchmal keine eindeutige Zuordnung möglich?

2.35. Straßenbau

Die Lehrerin legt folgende Aufgabe vor:

Ein Straßenstück soll gebaut werden. Erste Berechnungen für vier Bagger ergeben, dass die Fertigstellung dann 24 Tage dauern wird.

Nun können aber statt der vier Bagger sogar acht Bagger eingesetzt werden.

Wenn man wissen will, wie lange die Fertigstellung nun dauern wird, wie kann man da überlegen?

Viele Schüler(innen) melden sich zu Wort.

Welche der folgenden Überlegungen ist für dich dem Sachverhalt angemessen?

Kreuze entsprechend an.

Die Überlegung ist	überzeugend	nicht überzeugend
Anna: Doppelt so viele Bagger arbeiten doppelt so viel und doppelt so lange; also 48 Tage.		
Bernd: Jeder zusätzliche Bagger bringt gleich viele Tage Ersparnis, nämlich 4 Tage. Also dauert die Arbeit für vier zusätzliche Bagger 24 minus 4 mal 4 Tage, also 8 Tage.		
Chris: Jeder Bagger arbeitet etwa gleich viel; doppelt so viele Bagger brauchen nur etwa halb so viel Zeit für dieselbe Arbeit. Wenn eine ungefähre Abschätzung reicht: etwa 12 Tage.		

3. Geometrische Figuren und Körper

Das Koordinatensystem

Die Lage von Punkten in der Ebene wird meist durch *rechtwinkelige Koordinaten* angegeben. Das heißt, man legt zwei Koordinatenachsen fest, die miteinander einen rechten Winkel bilden. Der Schnittpunkt der Achsen heißt *Koordinatenursprung*, die Achsen bezeichnet man meist als x- und y-Achse.

Jeder Punkt ist jetzt durch zwei Koordinaten festgelegt, z.B. $P(2/3)$

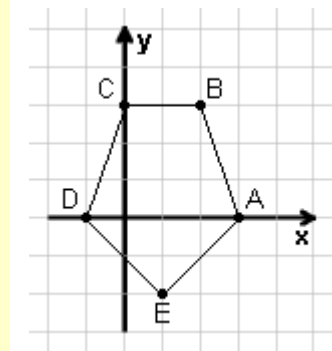
Die erste Koordinate wird vom Koordinatenursprung aus in Richtung der x-Achse aufgetragen, und zwar

nach *rechts*, wenn x positiv ist,
nach *links*, wenn x negativ ist.

Die zweite Koordinate wird von der x-Achse aus in Richtung der y-Achse aufgetragen, und zwar

nach *oben*, wenn y positiv ist,
nach *unten*, wenn y negativ ist.

Beispiel:



Das abgebildete Fünfeck hat die Eckpunkte $A(3/0)$, $B(2/3)$, $C(0/3)$, $D(-1/0)$, $E(1/-2)$.

Übungsaufgaben:

3.1. Zeichne die folgenden Streckenzüge:

- a) $A(0/-3)$, $B(2/-1)$, $C(2/1)$, $D(0/3)$, $E(-2/1)$, $F(-2/-1)$, A
- b) $A(0/0)$, $B(4/0)$, $C(4/3)$, $D(3/1)$, $E(2/3)$, $F(1/1)$, $G(0/3)$, A
- c) $A(0/-4)$, $B(3/-1)$, $C(3/0)$, $D(2/1)$, $E(1/1)$, $F(0/0)$, $G(-1/1)$, $H(-2/1)$, $I(-3/0)$, $J(-3/-1)$, A

3.2. Zeichne die Strecken AB und CD. Welche Koordinaten hat ihr Schnittpunkt S?

- a) $A(0/0)$, $B(3/6)$; $C(0/6)$, $D(6/0)$
- b) $A(-3/2)$, $B(3/5)$; $C(-2/4)$, $D(3/-1)$
- c) $A(1/-3)$, $B(3/3)$; $C(4/1)$, $D(-2/-2)$

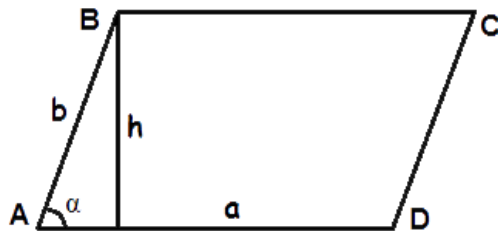
Dreiecke, Vierecke, Kreis

Vierecke

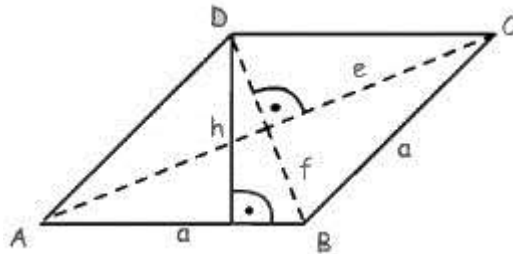
Quadrat: $u = 4a$ $A = a^2$

Rechteck: $u = 2(a + b)$ $A = a \cdot b$

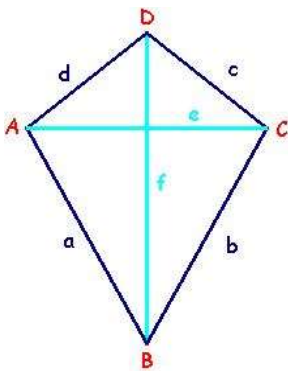
Parallelogramm:



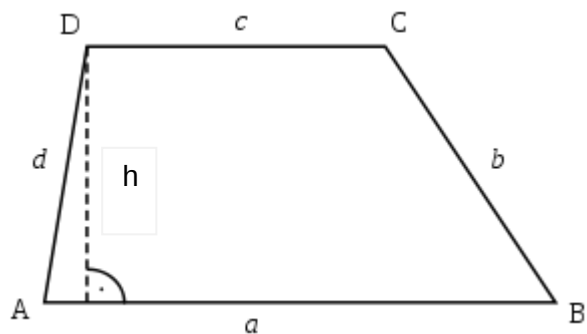
Raute:



Deltoid:



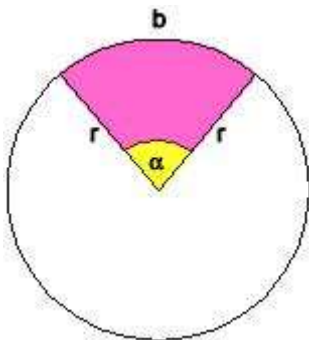
Trapez:



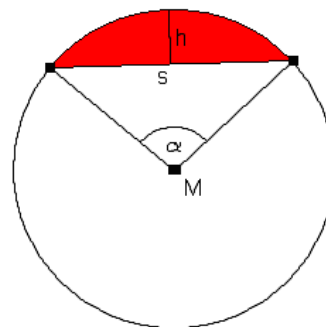
Kreis und Kreisteile

Kreis: $u = 2r\pi$ $A = r^2\pi$

Kreisausschnitt:



Kreisabschnitt:



Übungsaufgaben:

- 3.3.** Erklären sie, warum Sie die Fläche eines rechtwinkligen Dreiecks mit folgender Formel berechnen können:

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

- 3.4.** Die Eckpunkte eines Dreiecks haben die Koordinaten A(0/0), B(5/0), C(3/6).

- a) Zeichnen Sie das Dreieck.
- b) Berechnen Sie den Flächeninhalt, indem Sie das Dreieck in passende Teildreiecke zerlegen.

- 3.5.** Von einem Parallelogramm kennt man drei Eckpunkte: A(-3/0), B(2/0), C(5/4).

- a) Zeichnen Sie das Parallelogramm und ermitteln Sie die Koordinaten des vierten Eckpunkts.
- b) Berechnen Sie den Flächeninhalt.
- c) Um welches besondere Parallelogramm handelt es sich? (Wie könnten Sie das beweisen?)

- 3.6.** Erklären Sie, wie Sie die Flächeninhalte folgender Figuren berechnen können:

- a) Parallelogramm
- b) Raute
- c) Trapez
- d) Deltoid

(Sie können die Flächen zerlegen oder in ein Rechteck umwandeln.)

- 3.7.** Die Trapezfläche kann mit folgender Formel berechnet werden:

$$A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$$

Erklären Sie, wie Sie daraus Formeln für folgende Flächen herleiten können:

- a) allgemeines Dreieck
- b) Parallelogramm
- c) Rechteck

- 3.8.** Begründen Sie, warum der Flächeninhalt eines Quadrats auch mit folgender Formel berechnet werden kann:

$$A = \frac{d \cdot d}{2}$$

(d ist die Diagonale)

- 3.9.** Die Eckpunkte eines viereckigen Grundstücks haben die Koordinaten A(0/0), B(85/0), C(64/72), D(25/60) (Maße in m).

- a) Zeichnen Sie einen Plan im Maßstab 1 : 1000.
- b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Grundstücks.
- c) Das Grundstück wird um 300 000 € verkauft. Wie hoch ist der Quadratmeterpreis?

3.10. Verwandte Vierecke

Nina sagt: „Ein gleichschenkliges Trapez, ein Rechteck und ein Quadrat sind verwandte Vierecke, denn sie haben einige gemeinsame Eigenschaften.“

Max glaubt Nina nicht und fordert sie auf, solche gemeinsamen Eigenschaften zu nennen.

Welche der folgenden Aussagen Ninas sind korrekt, welche nicht?

Kreuze in jeder Zeile an.

		korrekt	nicht korrekt
A	Alle drei Vierecke haben mindestens zwei parallele Seiten.		
B	Bei allen drei Vierecken sind die beiden Diagonalen gleich lang.		
C	Bei allen drei Vierecken stehen die beiden Diagonalen im rechten Winkel zueinander.		
D	Alle drei Vierecke haben mindestens zwei gleich lange Seiten.		

3.11. Argumentieren Rechteck

Martin behauptet:

Der Umfang eines Rechtecks verdoppelt sich, wenn man die Länge einer Seite verdoppelt.

Widerlege diese Aussage.

Kannst du zusätzlich herausfinden, wie man die Längen der Rechteckseiten ändern muss, damit sich der Umfang verdoppelt?

3.12. Zeichne die folgenden Kreisausschnitte und berechne die Länge des Kreisbogens und den Flächeninhalt:

- a) Halbkreis, $r = 4 \text{ cm}$
- b) Viertelkreis, $r = 5,3 \text{ cm}$
- c) $r = 6 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$

3.13. Zeichne die folgenden Kreisabschnitte und berechne den Flächeninhalt (Kreisausschnitt minus Dreieck):

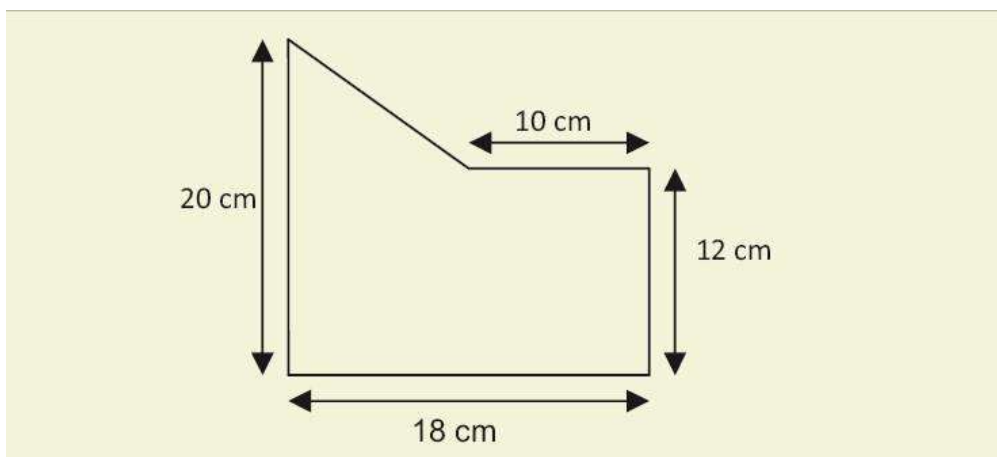
- a) $r = 5,6 \text{ cm}$, $\alpha = 90^\circ$
- b) $r = 3,8 \text{ cm}$, $\alpha = 120^\circ$

3.14. Um ein Blumenbeet mit 9 m Durchmesser führt ein 1,5 m breiter Weg. Berechne die Flächeninhalte von Beet und Weg.

3.15. Ein kreisrunder Tisch mit 120 cm Durchmesser kann durch eine rechteckige, 50 cm breite Platte vergrößert werden. Berechne Umfang und Flächeninhalt des Tisches
a) ohne, b) mit Auszugsplatte.

3.16. Figur

Ermittle den Flächeninhalt der dargestellten Figur.



3.17. Puzzle

Ein Puzzleteil liegt auf einem 1 cm x 1cm Raster.

Das rechteckige Puzzle besteht aus 50 in etwa gleich großen Puzzleteilen.

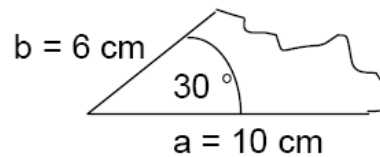
Welche Maße könnte das fertig zusammengestellte Puzzlebild in etwa haben?

Beschreibe deine Vorgangsweise zur Lösung dieser Aufgabe.



3.18. Tischlerlehrling (Testaufgabe)

Der Auftragszettel des Tischlerlehrlings ist zerrissen. Dieser Teil ist noch vorhanden.



Welche zwei der angegebenen geometrischen Figuren könnte der Tischlerlehrling mit diesen Angaben eindeutig konstruieren?

Kreuze die zwei zutreffenden Antworten an.

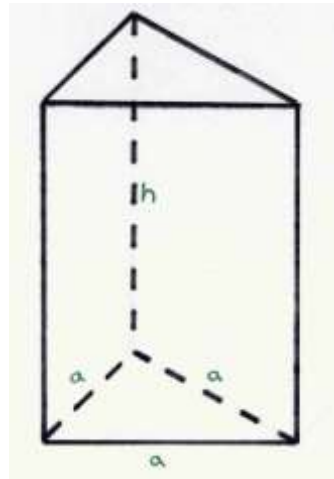
- ☐ Rechteck
- ☐ Dreieck
- ☐ Parallelogramm
- ☐ Trapez
- ☐ Deltoid

Körper

Prisma:

$$V = G \cdot h$$

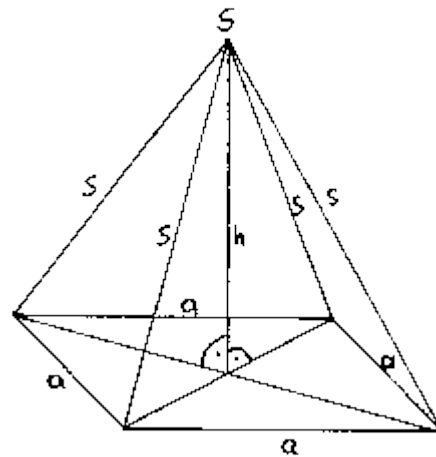
$$O = 2G + M$$



Pyramide

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

$$O = G + M$$



Übungsaufgaben:

3.19. Goldbarren



Welche Masse hat jeder der hier abgebildeten Goldbarren?
Kreuze das zutreffende Ergebnis an.

- ☐ 5 g
- ☐ 20 g
- ☐ 100 g
- ☐ 1 kg
- ☐ 5 kg
- ☐ 10 kg

Begründe deine Entscheidung in ganzen Sätzen.
1 cm³ Gold hat eine Masse von 19,1 g.

- 3.20.** Die Cheopspyramide ist eine quadratische Pyramide aus Sandstein. Die Seitenlänge der Grundfläche beträgt 230 m und die Höhe 147 m.
- Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.
 - Die Dichte von Sandstein beträgt $2,6 \text{ kg/dm}^3$. Ermitteln Sie die Masse der Cheopspyramide in Tonnen.
 - Die Seitenflächen waren früher mit Marmor verkleidet. Erklären Sie, wie Sie den Inhalt der Seitenflächen berechnen können.

Der Satz von Pythagoras

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat der Hypotenuse gleich der Summe der Quadrate der Katheten.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

a, b: Katheten (schließen den rechten Winkel ein)

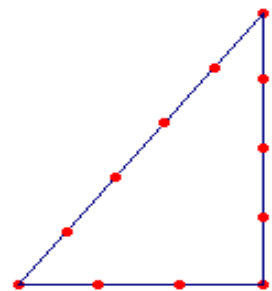
c: Hypotenuse (liegt dem rechten Winkel gegenüber)

3.21. Gärtner

Ein Gärtner spannt eine Knotenschnur (die Abstände zwischen zwei benachbarten Knoten sind immer gleich groß) so wie in der Skizze dargestellt.

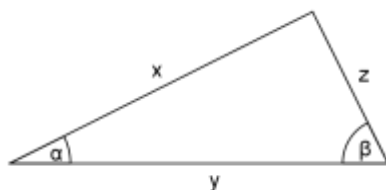
Er sagt: "Nun habe ich für das Blumenbeet einen rechten Winkel festgelegt!"

Wieso kann er das mit Recht behaupten und wo liegt der rechte Winkel?



3.22.

Geben Sie an, welche der folgenden Gleichungen für das abgebildete Dreieck zutreffen:



A $x^2 + y^2 = z^2$

B $x^2 = y^2 - z^2$

C $x + z = y$

D $y = \sqrt{x^2 + z^2}$

4. Statistische Kenngrößen und Darstellung

Arithmetisches Mittel, absolute und relative Häufigkeit

4.1. Urlaubskosten

Familie Gruber fährt auf Urlaub. In der ersten Woche hat sie an den einzelnen Tagen folgende Ausgaben: 124 €, 112 €, 140 €, 160 €, 196 €, 120 €, 114 €.

Wie viel Euro hat Familie Gruber in dieser Woche durchschnittlich pro Tag ausgegeben?

4.2. Arithmetische Mittelwerte

Suche bei den folgenden Datenreihen jene heraus, bei denen du das arithmetische Mittel ohne Berechnung zu bestimmen kannst.

Begründe deine Entscheidungen!

- a) 4, 6, 10
- b) 3, 5, 7, 9
- c) 3, 4, 4, 4, 5
- d) 10, 7, 7, 7, 10
- e) 1, 3, 5, 6

4.3. Veränderung des Mittelwerts

Wie ändert sich der arithmetische Mittelwert der Zahlen 8, 12, 16, 18, 22, 26,

wenn

- a) alle Werte (1) verdoppelt werden?
(2) verdreifacht, vervierfacht,, ver-n-facht werden?
- b) alle Werte (1) um 1 verkleinert werden?
(2) um 1, 2, 3,, n vergrößert werden?
- c) der arithmetische Mittelwert noch hinzugefügt wird?

Begründe deine Aussagen!

4.4. Lehrberufe

Im Jahr 2009 befanden sich 44 812 Mädchen und 86 864 Burschen in einem Lehrberuf.

Du siehst hier eine Tabelle über die von Mädchen bzw. Burschen am häufigsten gewählten fünf Berufe.

Die 5 häufigsten Lehrberufe 2009

MÄDCHEN		BURSCHEN	
Lehrberuf	Anzahl	Lehrberuf	Anzahl
Einzelhandel insgesamt	10.900	Kraftfahrzeugtechnik	7.959
Bürokauffrau	5.474	Installations- u. Gebäudetechnik	5.136
Friseurin und Perückenmacherin	5.218	Elektroinstallationstechnik	4.699
Restaurantfachfrau	2.094	Maschinenbautechnik	4.520
Köchin	1.844	Einzelhandel insgesamt	4.501

- Betrachte zuerst jeweils die 5 häufigsten Lehrberufe zusammen und gib die relative Häufigkeit an, mit der Mädchen bzw. Burschen einen der jeweils angegebenen fünf Berufe wählen.
- Gib die relative Häufigkeit an, mit der Mädchen bzw. Burschen den jeweils beliebtesten der fünf angegebenen Berufe wählen.
- Welche zusammenfassende Aussage ergibt sich aus a) und b)?

4.5. Durchschnittliches Monatsgehalt

Das durchschnittliche Monatsgehalt (arithmetisches Mittel) aller Mitarbeiter/innen eines Betriebes beträgt € 2.150,-.

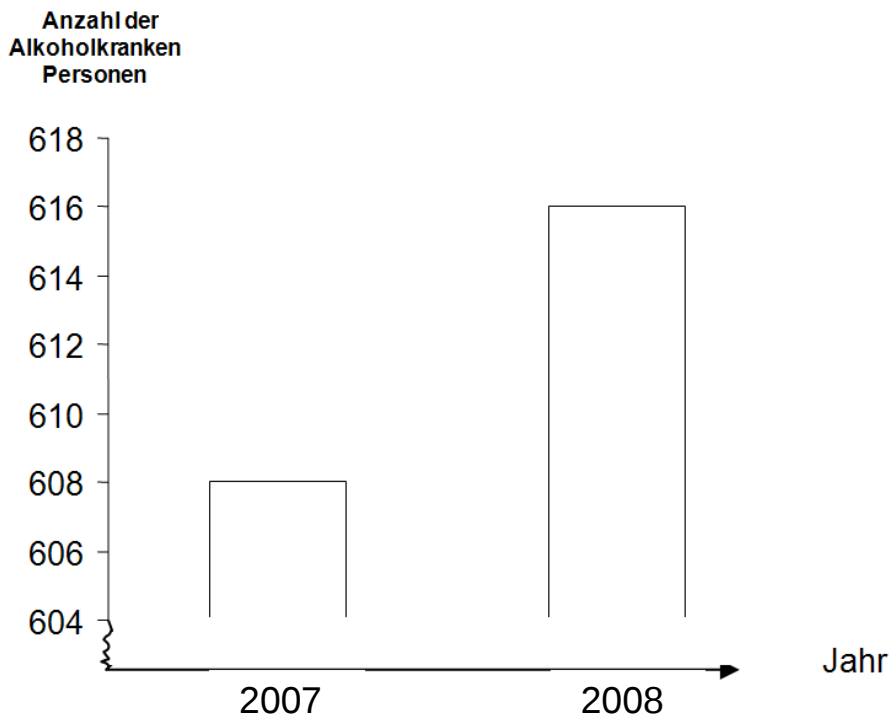
In dem Betrieb sind 21 Männer und 7 Frauen beschäftigt, das durchschnittliche Monatsgehalt (arithmetisches Mittel) der Frauen beträgt € 1.850,-.

Ermittle das durchschnittliche Monatsgehalt (arithmetisches Mittel) der in diesem Betrieb tätigen Männer!

4.6. Alkoholranke

In einer Zeitschrift ist zu lesen: "Untenstehende Graphik demonstriert, dass die Anzahl der Alkoholranke in der Stadt X von 2007 bis 2008 stark zugenommen hat."

Ist diese Aussage gerechtfertigt?



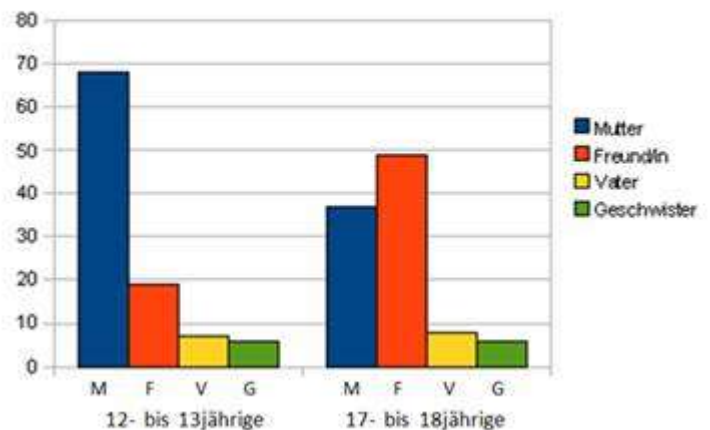
4.7. Ansprechpartner

In einer Schule wurden Jugendliche während ihrer Schulzeit zweimal befragt, an wen sie sich wenden, wenn sie Probleme haben.

Die nebenstehende Grafik zeigt die Ergebnisse der Befragungen im Alter von 12 bzw. von 17 Jahren.

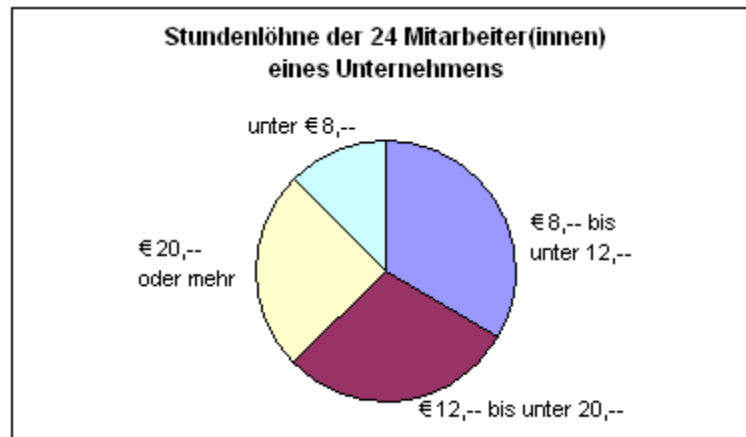
Vergleiche die beiden Ergebnisse und schreibe in einem kurzen Text, was dir dabei auffällt.

Wem wollen sich Jugendliche bei Problemen anvertrauen?
In einer Schule gaben von je 100 Jugendlichen an:



4.8. Stundenlöhne

Das folgende Kreisdiagramm gibt Auskunft über die Stundenlöhne der 24 Mitarbeiter/innen eines Unternehmens.



Welche der folgenden Informationen kann man dem Kreisdiagramm entnehmen?

Information	Richtig	Falsch
Mehr als die Hälfte aller Mitarbeiter/innen haben einen Stundenlohn von € 12,-- oder mehr.		
Ein Viertel aller Mitarbeiter/innen hat einen Stundenlohn unter € 8,--.		
12 Mitarbeiter/innen haben einen Stundenlohn von € 20,-- oder mehr.		
Zwei Mitarbeiter/innen verdienen weniger als € 5,--.		
Die Anzahl der Mitarbeiter/innen mit einem Stundenlohn von € 8,-- bis unter € 12,-- ist größer als 6.		

5. Themenübergreifende Aufgaben

5.1. Fehlersuche

Welches der beiden rechteckigen Grundstücke ist in Wirklichkeit größer?

Grundstücke	Maßstab	Länge	Breite
A	1 : 1 000	12 cm	8 cm
B	1 : 500	24 cm	16 cm

Karins Lösungsweg:

Grundstück A:

$$12\text{ cm} \cdot 1\,000 = 12\,000\text{ cm} = 120\text{ m}$$

$$8\text{ cm} \cdot 1\,000 = 8\,000\text{ cm} = 80\text{ m}$$

Grundstück B:

$$24\text{ cm} \cdot 500 = 12\,000\text{ cm} = 120\text{ m}$$

$$16\text{ cm} \cdot 500 = 8\,000\text{ cm} = 80\text{ m}$$

Die beiden Grundstücke sind gleich groß.

Martins Lösungsweg:

$$A_1 = 12\text{ cm}^2 \cdot 8 = 96\text{ cm}^2$$

$$A_2 = 24\text{ cm}^2 \cdot 16 = 384\text{ cm}^2$$

Grundstück A:

$$96\text{ cm}^2 \cdot 1\,000 = 96\,000\text{ cm}^2$$

Grundstück B:

$$384\text{ cm}^2 \cdot 500 = 192\,000\text{ cm}^2$$

Grundstück B ist größer.

Wer hat hier einen Fehler gemacht? Erkläre, worin der Fehler besteht.

5.2. Laufbrunnen

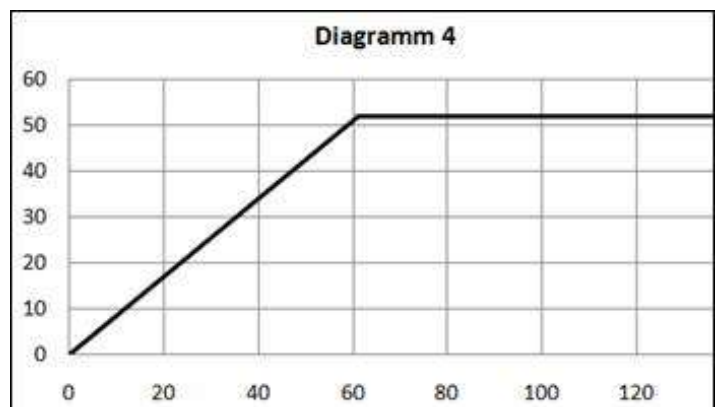
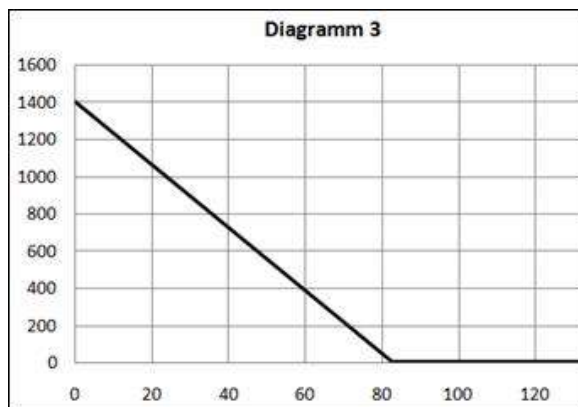
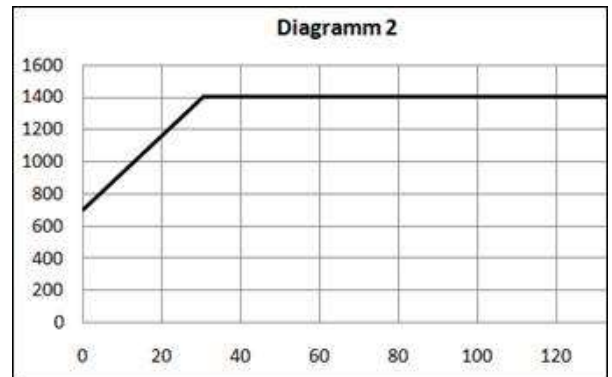
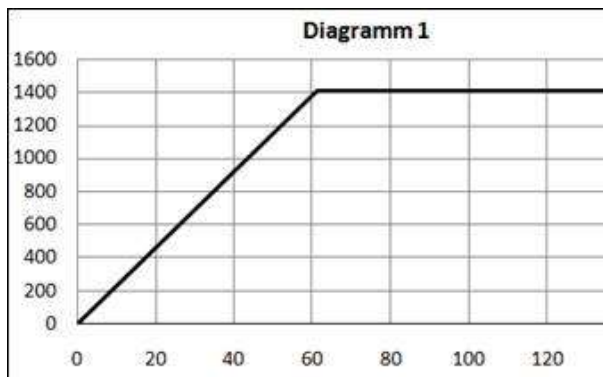
Auf dem Foto siehst du einen Brunnen, bei dem die folgenden Größen gemessen wurden:

- Die Innenmaße des annähernd quaderförmigen Troges betragen ca. $360\text{ cm} \times 75\text{ cm} \times 58\text{ cm}$ (Angabe als Länge $\times$ Breite $\times$ Höhe)
- In den abgebildeten Brunnen fließen pro Minute 23 Liter Wasser.
- Der innere Durchmesser des Zuflussrohres beträgt 3,2 cm.
- Der Trog kann bis zu 6 cm unter den Rand gefüllt werden, das restliche Wasser



fließt durch ein Überlaufrohr ab.

- a1) Wie viel Liter Wasser sind in dem Trog, wenn er bis zu 6 cm unter den Rand gefüllt ist?
Gib die errechnete Wassermenge auch in hl und in m^3 an.
- a2) Wie lange dauert das Füllen des Troges?
- a3) Um den Brunnen entleeren zu können, befindet sich am Boden eine Öffnung, durch die durchschnittlich 40 Liter Wasser pro Minute aus dem Trog fließen.
Wie lange dauert es, bis der Brunnen „leer“ ist. (Der Zufluss des Wassers beim Laufbrunnen kann nicht gestoppt werden)
- b) Peter behauptet: Wenn der Durchmesser des Zuflussrohres doppelt so groß wäre, würde das Füllen des Troges nur halb so lange dauern. Stimmt Peters Behauptung? Begründe deine Meinung!
- c) Interpretiere die folgenden vier Diagramme, die zu dieser Brunnenaufgabe gehören!
Bei allen Diagrammen fehlt die Beschriftung der beiden Achsen.
Beschrifte die Achsen sinnvoll!



5.3. Fliesenlegen

Familie Karner bekommt im Bad neue Fliesen. Der Fußboden des 2,80 m x 3,70 m großen Badezimmers wird mit schwarzen und weißen quadratischen Fliesen so verlegt, wie das Foto zeigt.



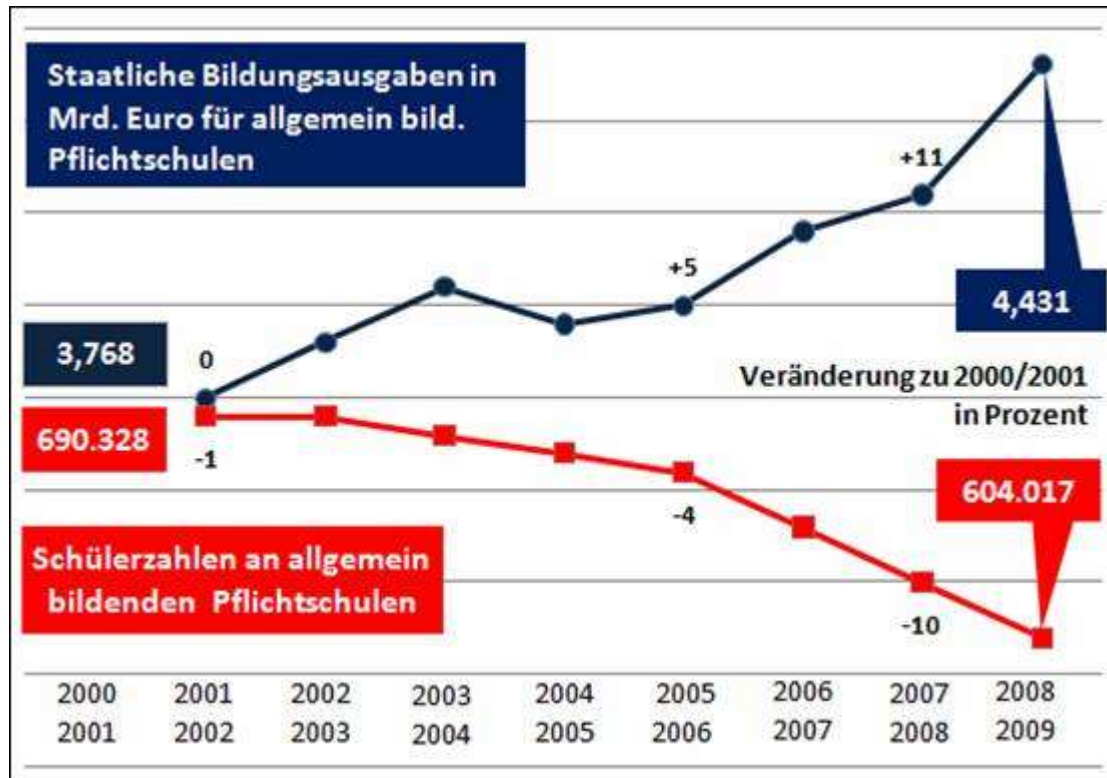
Eine Fliese misst 34 cm x 34 cm.

Ein Karton Fliesen enthält $1,27 \text{ m}^2$.

- Wie viel Stück sind in einem Karton?
- Wie viele ganze schwarze Fliesen haben auf einer Länge bzw. einer Breite Platz, wenn so verlegt wird, wie das Foto zeigt?
- Wie viel cm bleiben jeweils über bzw. wie viel muss man (längs der Diagonale gemessen) von der schwarzen Fliese abschneiden? (Siehe Foto)
- Wie viele Kartons soll man bestellen?
- 1 Karton kostet € 45,-. Wie teuer kommt der Fliesenboden?

5.4. Bildungsausgaben

Im folgenden Diagramm geht es um die allgemeinbildenden österreichischen Pflichtschulen. Beantworte die Fragen unterhalb des Diagramms und führe die Aufgaben aus.



- Was wird in dem Diagramm dargestellt? – Formuliere mit wenigen Sätzen, worum es in diesem Diagramm inhaltlich geht. Du musst dabei keine konkreten Zahlen (außer eventuell Jahreszahlen) erwähnen.
- Bei den beiden Linien sind nur für die Schuljahre 2001/2002, 2005/2006 und 2007/2008 die Zahlenwerte eingetragen. Ergänze in der Graphik die entsprechenden Zahlen für alle anderen Schuljahre ab 2002/2003.
- Berechne die durchschnittlichen Ausgaben für einen Pflichtschüler für die Schuljahre 2000/2001 und 2008/2009. – Um wie viel Prozent sind diese Ausgaben im betreffenden Zeitraum gestiegen?
- Die Inflation betrug im Zeitraum Jänner 2000 bis Jänner 2008 18,3%. Was bedeutet dies in Bezug auf die Bildungsausgaben für allgemein bildende Pflichtschulen?
- Die Inflation betrug im Zeitraum Jänner 2000 bis Jänner 2008 18,3%. Wie haben sich unter diesem Blickwinkel die durchschnittlichen Ausgaben für einen Pflichtschüler entwickelt? (vgl. Frage c)