

## Unterjährige Verzinsung (aus Kronfellner/Peschek... ) [Gurtner 2008]

- 1) Auf welchen **Wert** wächst ein Kapital  $K_0 = 5000$  €, das auf einen nominellen Jahreszinssatz von  $j = 6\%$  ein Jahr lang angelegt ist
    - a) bei jährlicher Verzinsung
    - b) bei halbjähriger Verzinsung
    - c) bei vierteljährlicher Verzinsung
    - d) bei monatlicher Verzinsung
  
  - 2) Auf welchen **Wert** wächst ein Kapital  $K_0 = 5000$ 
    - a) bei jährlicher Verzinsung mit  $i = 4\%$  p.a.
    - b) bei halbjähriger Verzinsung mit  $i_2 = 2\%$  p.s.
    - c) bei vierteljährlicher Verzinsung mit  $i_4 = 1\%$  p.q.
    - d) bei monatlicher Verzinsung mit  $i_{12} = 1/3\%$  p.m.
  
  - 3) Bestimme
    - a) den zu  $i_1 = 8\%$  (p.a.) äquivalenten **Zinssatz**  $i_2$  (p.s.)
    - b) den zu  $i_{12} = 0,004$  (p.m.) äquivalenten Jahreszinssatz  $i$  (p.a.)
  
  - 4) Berechne den zu a)  $d = 3\%$  b)  $d = 5\%$  c)  $d = 10\%$  p.a. äquivalenten dekursiven **Zinssatz**
  
  - 5) Ermittle den zu a)  $i = 3\%$  b)  $i = 5\%$  c)  $i = 10\%$  äquivalenten antizipativen **Zinssatz**
  
  - 6) Auf welches **Endkapital** wachsen
    - a)  $K_0 = 120\,000$  bei  $d = 5\%$  p.a. in 6 Jahren?
    - b)  $K_0 = 120\,000$  bei  $i = 5\%$  p.a. in 6 Jahren?
    - c)  $K_0 = 75\,000$  bei  $d = 3,5\%$  p.a. in 4 Jahren?
    - d)  $K_0 = 75\,000$  bei  $i = 3,5\%$  p.a. in 4 Jahren?
    - e)  $K_0 = 150\,000$  bei  $d = 0,5\%$  p.a. in 2 Jahren und 3 Monaten? (rechne mit  $i_{12}$ )
    - f)  $K_0 = 150\,000$  bei  $i = 0,5\%$  p.a. in 2 Jahren und 3 Monaten? (rechne mit  $i_{12}$ )
    - g)  $K_0 = 60\,000$  bei  $d = 2,5\%$  p.a. in  $5\frac{1}{2}$  Jahren? (rechne mit  $i_2$ )
    - h)  $K_0 = 60\,000$  bei  $i = 2,5\%$  p.a. in  $5\frac{1}{2}$  Jahren? (rechne mit  $i_2$ )
  
  - 7) Ein **Wechsel** über  $80\,000$  € soll 4 Monate vor seiner Fälligkeit diskontiert werden. Wie groß ist der Diskonterlös heute (ohne Berücksichtigung von Provisionen und Spesen) bei  $d = 9\%$  p.a.?
  
  - 8) Welchen Betrag (ohne Provisionen und Spesen) erhält man heute für einen in 36 Monaten fälligen **Wechsel** über  $20\,000$ , der mit  $d = 9\%$  p.a. diskontiert wird?
- 
- 9) Berechne den **Endwert** folgender Rente:
    - a)  $R = 8000$  vierteljährlich nachschüssig bei  $i_4 = 2\%$  durch 15 Jahre
    - b)  $R = 500$  monatlich vorschüssig durch 6 Jahre bei  $i = 4\%$  p.a.
    - c)  $R = 1500$  pro Quartal nachschüssig durch 12 Jahre bei  $i_2 = 1,5\%$
    - d)  $R = 600$  monatlich vorschüssig durch 8 Jahre bei  $i_{12} = 0,3\%$
  
  - 10) Berechne den **Barwert** folgender Rente:
    - a)  $R = 8000$  halbjährlich vorschüssig bei  $i_2 = 5\%$  durch 15 Jahre
    - b)  $R = 500$  monatlich vorschüssig durch 6 Jahre bei  $i = 4\%$  p.a.
  
  - 11) Auf welchen Betrag wächst ein **Guthaben** bei  $d = 3,5\%$  p.a. in 6 Jahren an, wenn monatlich vorschüssig  $100$  € eingelegt werden?  
(Hinweis: Wandle  $d$  in den äquivalenten dekursiven Zinssatz  $i_{12}$  um!)

- 12) Am Ende eines jeden Halbjahres werden durch 8 Jahre 4000 € bei  $i_1 = 6\%$  auf ein Konto gelegt. Welche monatliche vorschüssige **Rente** kann man dafür vom 10. bis einschließlich 12. Jahr bekommen?
- 13) Bestimme den **Barwert** einer mit  $i = 8\%$  p.a. verzinster, vierteljährlich vorschüssig zu zahlenden Rente von  $R = 1000$  bei 26-jähriger Laufzeit.
- 14) Bestimme den **Endwert** einer nachschüssigen Rente mit monatlichen Raten von 250 € durch 7 Jahre bei halbjährlicher Verzinsung mit  $i_2 = 3\%$  p.s.!
- 15) Die Unternehmensführung der „**Austrotrans**“ erwägt die Anschaffung eines Kleintransporters. Der erforderliche Kapitaleinsatz beträgt 27 000 € und die voraussichtliche Nutzungsdauer 6 Jahre. Betriebswirtschaftliche Überlegungen führen zu folgender Schätzung der Einnahmen und Ausgaben innerhalb der Nutzungsdauer:

Perioden (Jahre)	Einnahmen	Ausgaben	Quasirenten (EIN-AUS)	Bar-Wert heute ?
1	14 000	13 000	1 000	
2	14 000	12 000	2 000	
3	16 000	11 000	5 000	
4	16 000	10 000	6 000	
5	18 000	9 000	9 000	
6	20 000	8 000	12 000	
<b>Summe</b>	<b>98 000</b>	<b>63 000</b>	<b>35 000</b>	
<b>minus Kapitaleinsatz =</b>			<b>8 000</b>	

„Austrotrans“ ist an einer Gewinnsteigerung interessiert. Erscheint die geplante Investition anhand der vorliegenden Informationen sinnvoll? Nimm den Zinssatz 8% an und berechne den Wert der Quasirenten heute und ziehe von der Summe den Kapitaleinsatz ab!

- 16) Wie Aufgabe 15), jedoch mit umgekehrter zeitlicher Reihenfolge, d.h. die Quasirente soll im ersten Jahr 12 000 € betragen, dann 9000 €, usw. Was ändert sich, wenn man keine Zinseszinsen berücksichtigt oder 8% Zinseszinsen?
- 17) Eine zusätzliche Säge mit einem Anschaffungswert von 84 000 € würde einem Sägewerk bei einer voraussichtlichen Nutzungsdauer von 12 Jahren jährliche Quasirenten von ca. 13 000 € einbringen. Welche Entscheidung wird anhand der **Kapitalwertmethode** nahegelegt, wenn man mit einem kalkulatorischen Zinssatz von  
a)  $i = 7\%$  p.a.    b)  $i = 14\%$  p.a.    gerechnet wird?
- 18) Eine Unternehmung steht vor dem Problem, sich zwischen zwei Investitionsobjekten mit gleicher voraussichtlicher Nutzungsdauer (5 Jahre) zu entscheiden. Beide Objekte erfordern einen Kapitaleinsatz von ca. 500 000 €, das eine Investitionsobjekt lässt jährliche Quasirenten von 150 000 € erwarten, beim anderen Investitionsobjekt rechnet man mit Quasirenten von 150 000 €, 140 000 €, 130 000 €, 135 000 € und 200 000 € für das erste bis fünfte Jahr. Für welches Objekt soll man sich bei  
a)  $i = 10\%$  p.a.    b)  $i = 5\%$  p.a.    c) 0% entscheiden?
- 19) Jemand zahlt durch 10 Jahre lang nachschüssig 1200 € jährlich bei einer Versicherungsanstalt ein und möchte dafür vom Beginn des 15. Jahres an bis zum Beginn des 20. Jahres (einschließlich) eine entsprechende jährliche **Rente** ausbezahlt bekommen. Wie hoch wird eine Rentenrate bei  $i = 6\%$  p.a. sein?

- 20) Statt einer im 4. Jahr beginnenden vorschüssigen Rente von 5000 € durch 6 Jahre möchte jemand eine sofort beginnende nachschüssige Rente durch 12 Jahre. Wie viel wird er bei  $i = 4\%$  bekommen?
- 21) Jemand möchte eine vorschüssige Rente mit  $R = 2000$ ;  $n = 10$ ;  $i = 0,05$  p.a. in eine nachschüssige Rente gleicher Dauer umwandeln. Wie hoch sind die Rentenraten?
- 22) Herr Kaspar will eine nachschüssige Rente mit  $R = 12\,000$ ;  $n = 15$ ;  $i = 4,5\%$  p.a. in eine vorschüssige, im dritten Jahr beginnende (und im 15. Jahr endende) Rente umwandeln. Berechne die Höhe der Raten dieser vorschüssigen Rente!
- 23) Herr Gerber will einen Kredit von 200 000 € bei 8%iger Verzinsung p.a. jährlich in 8 Jahren durch gleich bleibende vorschüssige Raten (=Jahresannuitäten) tilgen. Wie hoch sind die Rückzahlungsraten?
- 24) a) Welcher Betrag ist am Beginn jedes Jahres einzuzahlen, um bei einer Veranlagung mit 6 % nach 16 Jahren über 10 000 € zu verfügen?  
 b) Nach 6 Jahren verringert die Bank den Zinssatz auf 2 % p.a. Wie hoch sind die Beträge, die unter dieser Bedingung vom Beginn des 7. Jahres an zu entrichten sind?
- 25) Beim Kauf eines Hauses wurde festgelegt, dass Frau Putz als Käuferin 12 Jahre lang jeweils am Ende eines Quartals 32 000 € zu zahlen hat. Nachdem Frau Putz dies 5 Jahre lang hindurch gemacht hat, sollen die noch ausstehenden Zahlungen durch einen in weiteren 2 Jahren einmaligen Betrag abgegolten werden. Wie hoch ist dieser, wenn man mit einer Verzinsung von 2% p.q. (pro quartalo) rechnet?
- 26) Herr J. zahlt 5 Jahre lang am Ende jedes Jahres 1000 € ein, danach 5 Jahre lang je 1500 € und 8 Jahre lang je 2000 € ( $i = 4\%$ ). Berechne  
 a) den Barwert aller Zahlungen  
 b) das Guthaben 3 Jahre nach der letzten Zahlung!
- 27) Frau P. ist verpflichtet, 10 vorschüssige Jahresraten zu 700 € zu bezahlen. Sie will stattdessen zwei Jahre nach Fälligkeit der ersten Rate einen einmaligen Betrag zahlen. Wie hoch ist dieser, wenn man eine Verzinsung von  $i = 5\%$  annimmt?
- 28) Sie möchten von Ihrem 63. Geburtstag an 20 Jahre eine monatliche nachschüssige Rente von 2.000 € ausgezahlt bekommen. Welchen Betrag müssen Sie dafür 30 Jahre lang bis zu Ihrem 63. Geburtstag vierteljährlich vorschüssig einzahlen? Sowohl in der Anspar- als auch in der Auszahlungszeit werde das Konto mit 5,5% p.a. verzinst. Welche **ewige** nachschüssige monatliche **Rente** könnten Sie bei diesen Einzahlungen erhalten?
- 29) Das Vermögen von A ist mit 100.000 € doppelt so hoch wie das Kapital von B. A spart jährlich 4.000 € nachschüssig, während B 8.000 € spart. Die jährliche Verzinsung ist 6%.  
 a) Nach wie viel Jahren sind die Vermögen von A und B gleich?  
 b) Wie hoch muss die jährliche Sparleistung von B sein, damit er in 10 Jahren das gleiche Vermögen wie A hat?
- 30) Eine Schuld von 2.400€ wird in 13 Monatsraten zu je 200€ abgetragen. Wie hoch ist der Zinsfuß bei a) nachschüssiger b) vorschüssiger Zahlungsweise und monatlicher Verzinsung?

## Lösungen:

- 1) 5300    5304,50    5306,82    5308,38
- 2) 5200    5202    5203,02    5203,71
- 3) 3,92%    4,91%
- 4) 3,09%    5,26%    11,11%
- 5) 2,91%    4,76%    9,09%
- 6) 163 244,90    160 811,48    86 487,23    86 064,22  
151 701,31    151 692,78    68 964,54    68 727,81
- 7) exakt: 77 600    theoretisch: 77 524,17
- 8) 15 071,42
- 9) 912 412,32    40 654,97    86 221,49    66 836,39
- 10) 129 128,59    32 130,22
- 11) 8039,36
- 12) E = 80 350,14    B = 85 171,15    R = 2572,42
- 13) 45 381,11
- 14) 25 948,01
- 15) -5885,65
- 16) + 8000    + 2256,64
- 17) 19 254,92    -10 416,20
- 18) a) 68 618 / 66 128 → A    b) 149 422 / 149 910 → B    c) 250 000 / 255 000 → B
- 19) E = 15 817,95    B = 19 968,53    R = 3831,00
- 20) B<sub>1</sub> = 27 259,11    B<sub>2</sub> = 24 233,25    R = 2582,11
- 21) B = 16 215,64    R = 2100
- 22) B = 128 874,55    B = 140 734,23    R = 13 908,49
- 23) R = 32 225
- 24) a) 367,47    b) E<sub>6</sub> = 2717,01 (\*1,02<sup>10</sup> = 3312,02)    E = 6687,98    R = 598,81
- 25) 797 900,88
- 26) 19 037,23    43 381,44
- 27) 6257,21
- 28) B = 295 283,81 = E    R = 985,48    R<sub>ewig</sub> = 1320,42
- 29) E + K = 231 807,95    R = 10 793,40
- 30) 1,65% p.m. = 21,73% p.a.    1,37% p.m. = 17,74 % p.a.