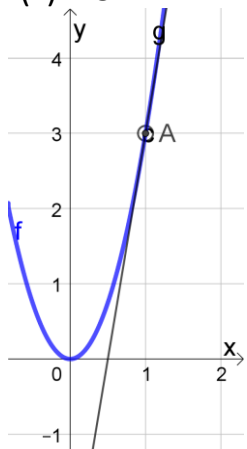
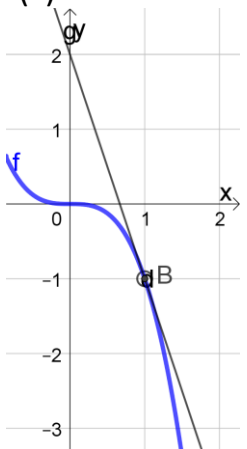
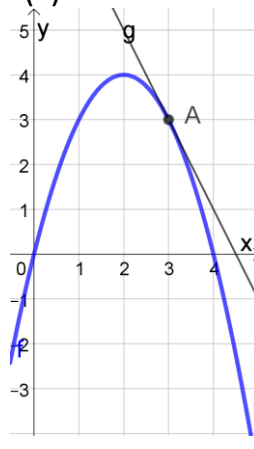


## Übung: Ableitung von Polynomfunktionen

1. Ermittle die Ableitung der folgenden Funktionen

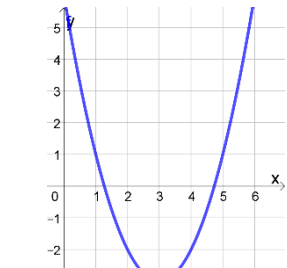
- a)  $f(x) = 3x + 4$
- b)  $f(x) = 12 - 2x$
- c)  $f(x) = x^4$
- d)  $f(x) = x^{10}$
- e)  $f(x) = 3x^5$
- f)  $f(x) = 5x^{12}$
- g)  $f(x) = 0,5x^4$
- h)  $f(x) = x^6/9 = \frac{x^6}{9}$
- i)  $f(x) = x^2 - 3x + 2$
- j)  $f(x) = -4x^2 + 5x - 1$
- k)  $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x$
- l)  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 3$
- m)  $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 7x - 8$
- n)  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + 4x^3 - 5x^2$
- o)  $f(x) = x^3/6 - 3x^2/4 + 5x/2 - 1/3$
- p)  $f(x) = x^{10}/5 + 2x^6/9 - 5x^2/2$
- q)  $f(x) = 2 \cdot (x^2 - 5x + 4)$
- r)  $f(x) = -\frac{1}{3} \cdot (1 - 4x + x^2)$
- s)  $f(x) = \frac{1}{10} \cdot (4x^3 - 5x + 2)$
- t) (\*)  $f(x) = (1 - 2x) \cdot (x - 5)$

2. Berechne die Ableitung von  $f$  an der Stelle  $x = x_0$

<p>a) <math>f(x) = 3x^2</math>     <math>x_0 = 1</math></p> 	<p>b) <math>f(x) = -x^3</math>     <math>x_0 = 1</math></p> 	<p>c) <math>f(x) = 4x - x^2</math>     <math>x_0 = 3</math></p> 
<p>d) <math>f(x) = x^3 - 9x</math>     <math>x_0 = -2</math></p>	<p>e) <math>f(x) = 7x^3 + 9x^2 - 8</math>     <math>x_0 = -1</math></p>	<p>f) <math>f(x) = x^4/9</math>     <math>x_0 = 3</math></p>
<p>g) <math>f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 1</math>        <math>x_0 = 2</math></p>	<p>h) <math>f(x) = 2x^5 - 5x^4 + 3x^2</math>     <math>x_0 = 1</math></p>	<p>i) <math>f(x) = 5x - 3</math>     <math>x_0 = 2</math></p>

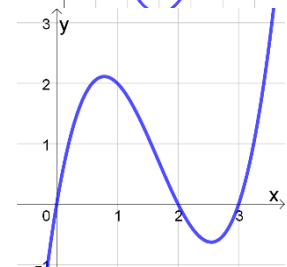
3. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = x^2 - 6x + 6$

- Berechne die Steigung an der Stelle  $x = 1$
- Berechne die Steigung an der Stelle  $x = 2$
- Berechne die Steigung an der Stelle  $x = 3$
- Bei welchen Stellen ist die Steigung  $f'(x) = 1$
- Bei welchen Stellen ist die Steigung  $f'(x) = -2$
- Bei welchen Stellen ist die Steigung  $f'(x) = 0$ ?



4. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ .

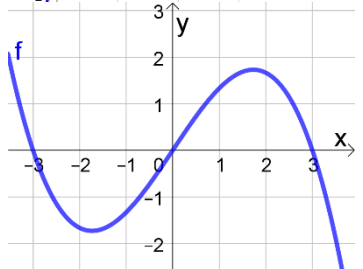
- Berechne die Nullstellen der Funktion
- Berechne die Steigung der Funktion in diesen Nullstellen
- Erstelle eine Skizze der Funktion mit diesen Daten



5. Gegeben ist die Funktion  $y = 3x/2 - x^3/6$

$$(f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{6}x^3)$$

- Berechne die Nullstellen
- Berechne die Stellen, an denen die Kurve die Steigung Null hat
- Berechne dazu auch die  $y$ -Werte
- Skizziere die Funktion mit diesen Werten



6. Berechne die Ableitung der Funktion  $f(x) = x^4/4 - 2x^3 + 9x^2/2$

In welchen Punkten hat der Graph eine waagrechte Tangente ( $k=0$ )?

7. Berechne die Ableitung der Funktion  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x$

In welchen Punkten des Graphen haben die Tangenten die Steigung  $k=3$ ?

Bestimme dort die Gleichungen Tangenten ( $y = k \cdot x + d$ ).

8. Bestimme die Ableitung der Funktion  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 4$

In welchen Punkten des Graphen sind die Tangenten parallel zur 1. Mediane ( $k = 1$ )? Bestimme auch die Tangentengleichungen dort.

9. Beim Kugelstoßen beschreibt die Kugel annähernd eine Parabel.

Angenommen, diese Parabel kann durch die Funktion  $f(x) = 0,9x - 0,05x^2$  beschrieben werden.

- In welcher Entfernung trifft die Kugel auf dem Boden auf?
- Wo befindet sich der höchste Punkt der Wurfbahn?

10. Ein Seil überspannt einen 40 m breiten Graben bei einer Höhendifferenz

von 12 m. Die Form des Seils entspricht näherungsweise der Kurve

$y = 0,01x^2 - 0,1x$  zwischen den Punkten  $A(0|0)$  und  $B(10|12)$ .

- Welche Neigung hat das Seil in den Endpunkten?
- Wo ist der tiefste Punkt der Kurve?

Untersuche und skizziere folgende Funktionen (Kurvendiskussion)  
auf Nullstellen, Extrempunkte, Wendepunkte

11.  $f(x) = x^2 - x - 2$

12.  $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 3x - \frac{5}{2}$

13.  $f(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 9 \cdot x$

14.  $f(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3$

15.  $f(x) = \frac{x^3}{4} - 3 \cdot x$

16.  $f(x) = \frac{x^3}{6} + x^2$

17.  $f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 + 4$

18.  $f(x) = x^3 + \frac{x}{2} - 9$

19.  $f(x) = 2 \cdot x^3 - 6 \cdot x^2 + 6 \cdot x$

20.  $f(x) = \frac{x^3}{4} - 3 \cdot x^2 + 9 \cdot x$

21.  $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x^3 - 3 \cdot x^2 - 9 \cdot x + 27)$

22.  $f(x) = \frac{1}{3} \cdot (-x^3 + 3 \cdot x^2 + 9 \cdot x + 5)$

23.  $f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x^3 - 3 \cdot x^2 + 20)$

24.  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^3 - 3 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 8)$

25.  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^3 + x^2 - x - 1)$

26.  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^4 - 6 \cdot x^2 + 9)$

27.  $f(x) = \frac{x^4}{16} - \frac{3 \cdot x^2}{2} + 5$

28.  $f(x) = -\frac{x^4}{2} + x^2 + 4$

29.  $f(x) = \frac{x^4}{8} - \frac{3 \cdot x^3}{2} + 6 \cdot x^2 - 8 \cdot x$

30.  $f(x) = \frac{1}{12} \cdot (3 \cdot x^4 - 22 \cdot x^3 + 36 \cdot x^2)$

## Lösungen:

1.

a)  $f'(x) = 3$

b)  $f'(x) = -2$

c)  $f'(x) = 4x^3$

d)  $f'(x) = 10x^9$

e)  $f'(x) = 15x^4$

f)  $f'(x) = 60x^{11}$

g)  $f'(x) = 2x^3$

h)  $f'(x) = 2x^5/3$

i)  $f'(x) = 2x - 3$

j)  $f'(x) = -8x + 5$

k)  $f'(x) = 9x^2 + 8x - 5$

l)  $f'(x) = 4x^3 - 18x^2 + 10x$

m)  $f'(x) = 6x^2 - 24x + 7$

n)  $f'(x) = 2x^3 + 12x - 10x$

o)  $f'(x) = x^2/2 - 3x/2 + 5/2$

p)  $f'(x) = 2x^9 + 4x^5/3 - 5x$

q)  $f'(x) = 2 \cdot (2x-5) = 4x-10$

r)  $f'(x) = -\frac{1}{3} \cdot (-4+2x)$

s)  $f'(x) = \frac{1}{10} \cdot (12x^2-5)$

t) zuerst ausmultiplizieren:  $f(x) = -2x^2+11x-5$ , dann ableiten  $f'(x) = -4x+11$

2.

a) 6

b) -3

c) -2

d) 3

e) 3

f) 12

g) 0

h) -4

i) 5 (lineare Funktion!)

3. a)  $f'(1) = -4$       b)  $f'(2) = -2$       c)  $f'(3) = 0$

d)  $x = 3,5$       e)  $x = 2$       f)  $x = 3$

4. (0|0) mit  $k = 6$ ;      (2|0) mit  $k = -2$ ;      (3|0) mit  $k = 3$

5. a) (0|0)      (3|0)      (-3|0)      cd)  $(\sqrt{3}|\sqrt{3})$ ;  $(-\sqrt{3}|-\sqrt{3})$

6. (0|0), (3|6,75)

7. (-1|2) mit Tangente  $y = 3x + 5$ ;      (3|-18) mit Tangente  $y = 3x - 27$

8. (1|1) mit Tangente  $y = x$       (3|-1) mit Tangente  $y = x-4$

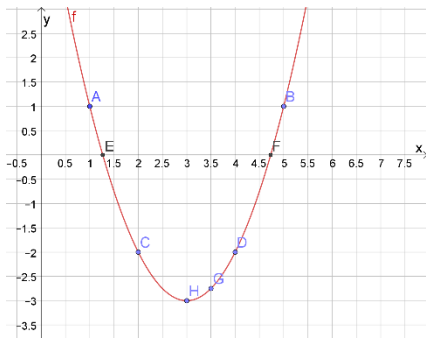
9. a. 18m      b. (9|4,05)

10. a. Bei A ist  $k = -0,1$       bei B ist  $k=0,7$

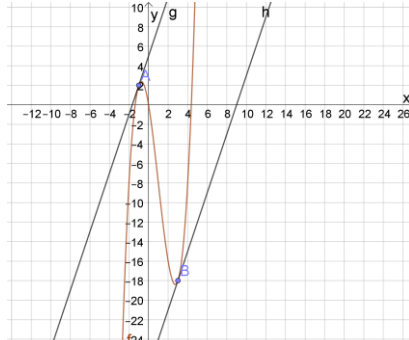
b. T(5|-0,25)

Funktionen:

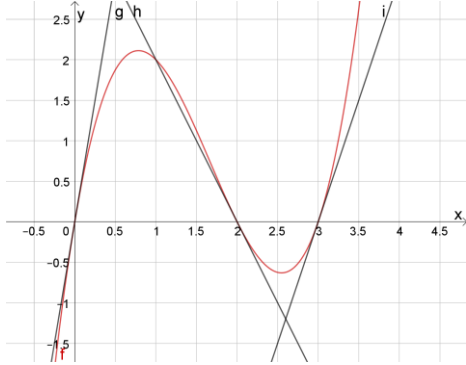
3)  $f(x) = x^2 - 6x + 6$



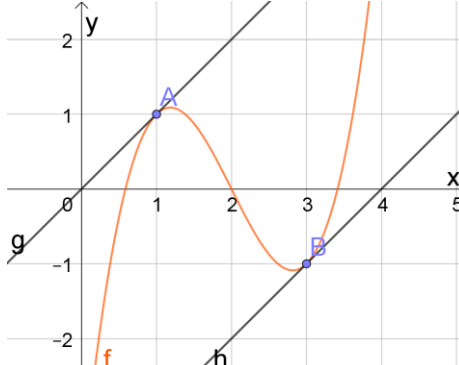
7)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x$



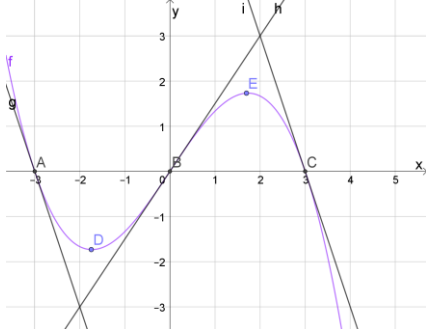
4)  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$



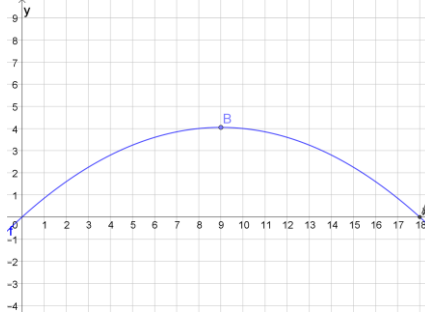
8)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 4$



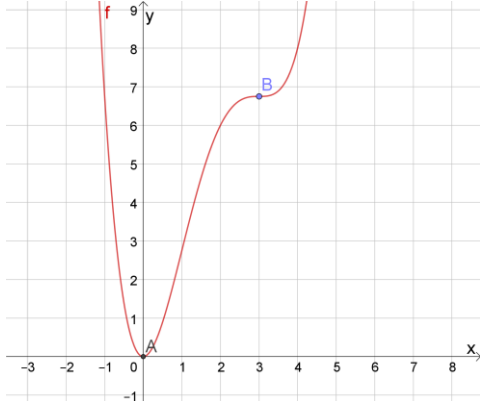
5)  $y = 3x/2 - x^3/6$



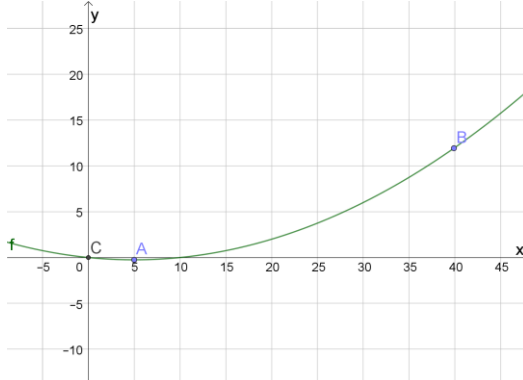
9)  $f(x) = 0,9x - 0,05x^2$



6)  $f(x) = x^4/4 - 2x^3 + 9x^2/2$



10)  $y = 0,01x^2 - 0,1x$



11.  $N_1 = (-1/0), N_2 = (2/0), T(0,5/-2,25)$
12.  $N_1 = (1/0), N_2 = (5/0), H(3/2)$
13.  $N_1(0/0), N_2 = T(3/0), H(1/4), W(2/2), t: y = -3x + 8$
14.  $N_1 = W_1(0/0), N_2(4/0), H(3/6,75), W_2(2/4), t_1: y = 0, t_2: y = 4x - 4$
15.  $N_1 = W(0/0), N_{2,3}(\pm\sqrt{12}/0), T(2/-4), H(-2/4), t: y = -3x$
16.  $N_1 = T(0/0), N_2(-6/0), H(-4/5^{1/3}), W(-2/2^2/3), t: y = -2x - 4/3$
17.  $N_1(-1/0), N_2 = T(2/0), H(0/4), W(1/2), t: y = -3x + 5$
18.  $N(2/0), W(0/-9), t: y = x/2 - 9$
19.  $N(0/0), W(1/2), t: y = 2$
20.  $N_1(0/0), N_2 = T(6/0), H(2/8), W(4/4), t: y = -3x + 16$
21.  $N_1 = T(3/0), N_2(-3/0), H(-1/8), W(1/4), t: y = -3x + 7$
22.  $N_1 = T(-1/0), N_2(5/0), H(3/10^{2/3}), W(1/5^{1/3}), t: y = 4x + 4/3$
23.  $N(-2/0), H(0/5), T(2/4), W(1/4,5), t: y = -0,75x + 5,25$
24.  $N(-1/0), W(1/5), t: y = x/2 + 4,5$
25.  $N_1 = H(-1/0), N_2(1/0), T(1/3 / -16/27), W(-1/3 / -8/27), t: y = -2/3x - 14/27$
26.  $N_{1,2} = T_{1,2}(\pm\sqrt{3}/0), H(0/4,5), W_{1,2}(\pm 1/2), t: y = -/+4x + 6$
27.  $N_{1,2} = W_{1,2}(\pm 2/0), N_{3,4}(\pm\sqrt{20}/0), T_{1,2}(\pm\sqrt{12}/-4), H(0/5), t: y = -/+4x + 8$
28.  $N_{1,2}(\pm 2/0), T(0/4), H_{1,2}(\pm 1/4,5), W_{1,2}(\pm 0,58 / 4,28), t_{1,2}: y = \pm 0,77x + 3,83$
29.  $N_1(0/0), N_2 = W_1(4/0), T(1/-3,375), W_2(2/-2), t_1: y = 0, t_2: y = 2x - 6$
30.  $N_1 = T_1(0/0), N_2(2,46/0), N_3(4,87/0), T_2(4/-5,33), H(1,5/1,83), W_1(0,67/0,84), W_2(3/-2,25), t_1: y = 1,85x - 0,40, t_2: y = -4,5x + 11,25$