

## Die Grundmengen

**IN = {0,1,2,3,4,...}** Die natürlichen Zahlen

Addition:  $3 + 5 = 8$  ist „abgeschlossen“ (liefert wieder eine natürliche Zahl)

Subtraktion:  $3 - 5 = -2$  liefert eine negative Zahl

Multiplikation:  $3 \cdot 5 = 15$  ist „abgeschlossen“

Division:  $3 : 5 = \frac{3}{5}$  liefert eine Bruchzahl

**Z = {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,...}** Die ganzen Zahlen

**Q = {...,1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5,..., 2/3, 2/4, 2/5, ..., 3/4, 3/5, 3/6,...}** Die rationalen Zahlen (Bruchzahlen, Quotientenzahlen)

**IR = reelle Zahlen** umfasst neben den Bruchzahlen auch Wurzeln und transzendente Zahlen ( $\pi, e$ )

### Rechenregeln

	gilt für Addition und Multiplikation	gilt <u>nicht</u> für Subtraktion und Division
<b>Kommutatives (Vertauschungs-)gesetz:</b>	$3 + 4 = 4 + 3$ $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$	$3 - 4 \neq 4 - 3$ $8 : 4 \neq 4 : 8$
<b>Assoziatives (Klammer-) gesetz:</b>	$(3+7)+5 = 3+(7+5)$ $(3 \cdot 4) \cdot 5 = 3 \cdot (4 \cdot 5)$	$(5-3)-2 \neq 5-(3-2)$ $(8:4):2 \neq 8:(4:2)$
<b>Distributives Ausmultiplizieren</b>	$4 \cdot (3+7) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 7$	

## Minuszahlen (ganze Zahlen)

**Regeln:**

$$(+3) + (+5) = 3 + 5 = 8$$

$$(+3) + (-5) = 3 - 5 = -2$$

**→ der Stärkere bestimmt das Vorzeichen !**

$$(-3) + (+5) = -3 + 5 = 5 - 3 = 2$$

$$(-3) + (-5) = -3 - 5 = -8$$

**→ Minus und Minus ergibt viel Minus!**

$$(+3) - (+5) = (+3) + (-5) = 3 - 5 = -2$$

**→ der Stärkere bestimmt das Vorzeichen !**

$$(+3) - (-5) = (+3) + (+5) = 3 + 5 = 8$$

$$(-3) - (+5) = (-3) + (-5) = -3 - 5 = -8$$

**→ Minus und Minus ergibt viel Minus!**

$$(-3) - (-5) = (-3) + (+5) = -3 + 5 = 5 - 3 = 2$$

<b>+ mal + = +</b>	+ dividiert durch + = +
<b>+ mal - = -</b>	+ dividiert durch - = -
<b>- mal + = -</b>	- dividiert durch + = -
<b>- mal - = +</b>	- dividiert durch - = +

**Termeinsetzung** führt zu Minuszahlenrechnung: aus  $T = 3x^2 + 5x - 3$  mit  $x = -2$

$$\begin{aligned} \text{wird: } T &= 3 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2) - 3 = \\ &= 3 \cdot 4 + 5 \cdot (-2) - 3 = \\ &= 12 - 10 - 3 = -1 \end{aligned}$$

**Klammerterme** von innen nach außen rechnen:  $4 - [(-3)+(-6)] = 4 - [-9] = 4+9 = 13$

## Die Grundrechnungsarten

Rechenarten erster Stufe

**Addition:** Summand + **Summand** = **Summe**

$a + 0 = a$  neutrales Element ist 0

$a + (-a) = 0$  Gegenzahl

**Subtraktion:** Minuend - Subtrahend = **Differenz**  
Umkehrung der Addition

Rechenarten zweiter Stufe

**Multiplikation:** Faktor · **Faktor** = **Produkt**  
wiederholte Addition, z.B.  $4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4 = 12$

$a \cdot 1 = a$  neutrales Element ist 1

$a \cdot (1/a) = 1$  Kehrwert

$a \cdot 0 = 0$  (Ein Produkt ist genau dann 0, wenn einer der Faktoren 0 ist)

**Division:** Dividend : Divisor = **Quotient**  
Umkehrung der Multiplikation

Division durch 0 ist nicht definiert!

Rechenarten dritter Stufe

**Potenzieren:** **Basis**<sup>Hochzahl (Exponent)</sup> = **Potenz**  
wiederholte Multiplikation, z.B.  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$

Beim Potenzieren sind zwei Umkehrungen möglich  
(Wurzelziehen bzw. Logarithmieren),  
je nachdem, ob die Basis oder die Hochzahl gesucht wird.  
Das sind allerdings keine Grundrechnungsarten mehr.

### Reihenfolge der Rechenoperationen:

Rechenarten höherer Stufe werden immer zuerst ausgeführt ("**Potenz vor Punktrechnung vor Strichrechnung**").  
Rechenarten gleicher Stufe werden in der Reihenfolge ausgeführt, in der sie notiert sind, z.B.  $60:10 \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12$   
Was in **Klammern** steht, wird zuerst berechnet.

---

Mehr zu diesem Thema gibt es in *mathe online*: <http://www.mathe-online.at/mathint/zahlen/i.html#AddSub>,  
Abschnitte "Addition und Subtraktion", "Multiplikation und Division".