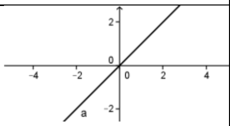
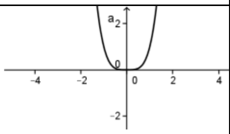
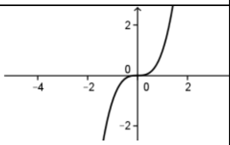
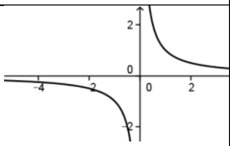
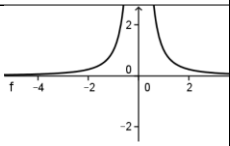
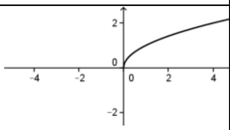
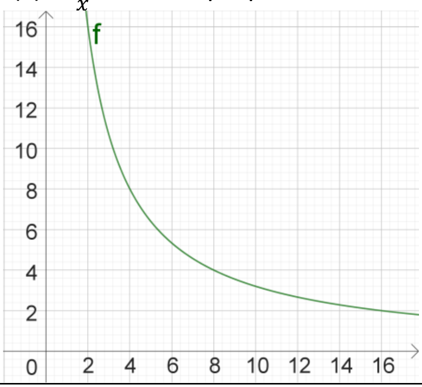
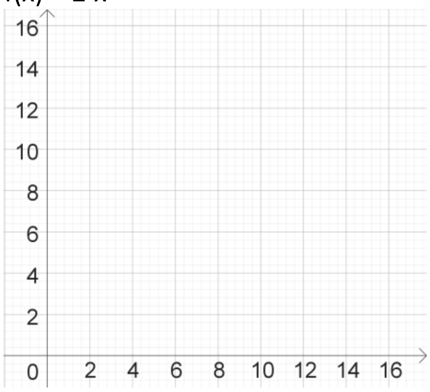
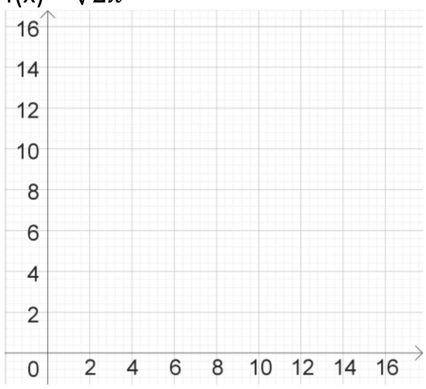
Potenzfunktionen $f(x) = c\cdot x^n$

Übung 1)

n	**Graph**	**Definitions−/ Wertemenge**	**Symmetrie**	**Polstelle**	**Asymptote**	**Propotionalität**
n=1 $y= k\cdot x$						
n=2,4,6 $y= c\cdot x^2$						
n=3,5,7 $y= c\cdot x^3$						
n=−1,−3,… $y= \frac{c}{x}$						
n=−2,−4,… $y= \frac{c}{x^2}$						
n = 0.5 $y= c\cdot\sqrt{x}$						

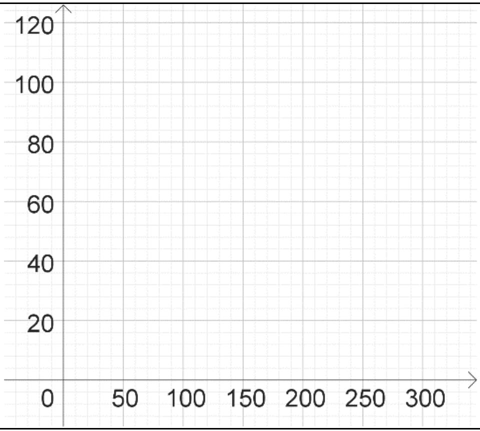
Übung 2) Geben Sie an, welche Proportionalität hier vorliegt und zeichnen Sie den Graph

Funktion Proportionalität Graph	**Funktion Proportionalität Graph**	**Funktion Proportionalität Graph**
$f(x) = \frac{32}{x}$ indirekt proportional 	$f(x) = 2\cdot x$ 	$f(x) = \sqrt{2x}$ 

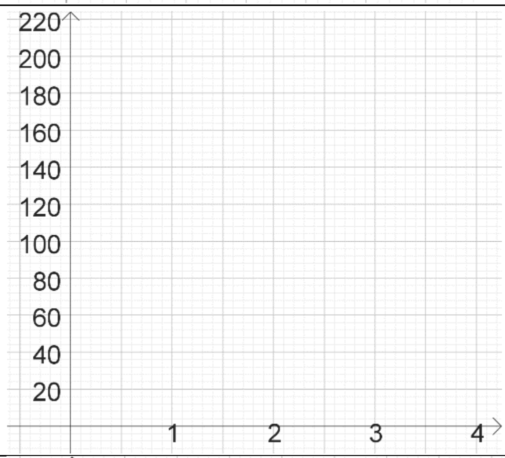
Übung 3) Eine Gleichung ist gegeben. Stellen Sie die so um, dass die unabhängige Variable rechts und die abhängige Variable links auftaucht, stellen Sie dann die Proportionalität fest und zeichnen Sie den Graph

<table>
<tr>
<td>v= $\frac{s}{t}$ oder Geschwindigkeit = $\frac{Wegstrecke}{Zeit}$
a) v in Abhängigkeit von s ➔ v(s) = $\frac{s}{t}$

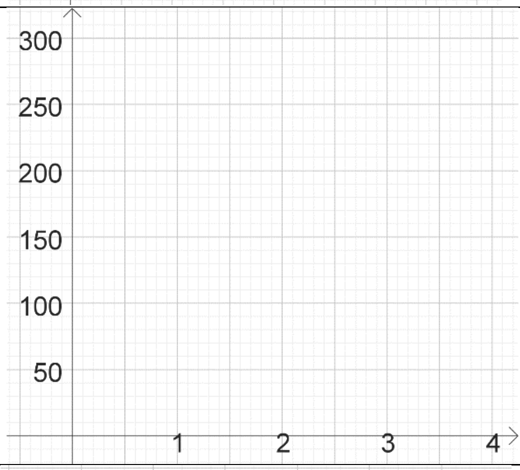
mit t= 3 Stunden ➔ v = $\frac{s}{3}$

➔ direkt proportional ➔ Graph</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>v = $\frac{s}{t}$ oder Geschwindigkeit = $\frac{Wegstrecke}{Zeit}$
b) v in Abhängigkeit von t ➔ v(t) = $\frac{s}{t}$

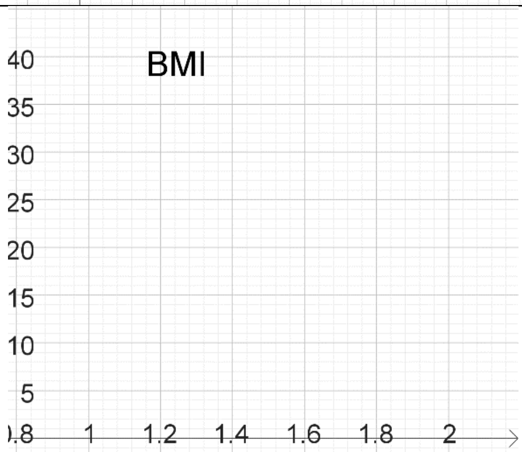
mit s = 100 km ➔ v =……………..

➔ ……………………..…..…..proportional</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>v = $\frac{s}{t}$ oder Geschwindigkeit = $\frac{Wegstrecke}{Zeit}$
c) s in Abhängigkeit von t ➔ s(t) = $v \cdot t$

mit v = 100 km/h ➔ s = ………….

➔ ……………….……..proportional</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>BMI = $\frac{m}{L^2}$ mit Masse in Kg und Länge in Meter
d) BMI in Abhängigkeit von der Körperlänge L ➔ BMI = $\frac{m}{L^2}$

Mit Masse m = 75 kg ➔ BMI = ……….

⇨ ……………………………………..proportional</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

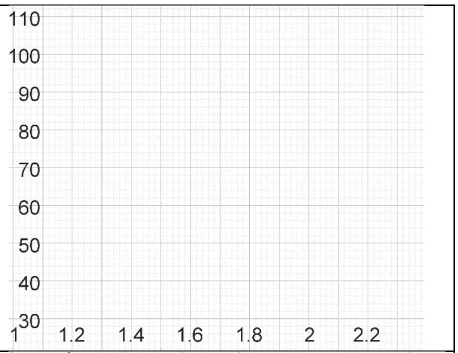
BMI = $\frac{m}{L^2}$ mit Masse in Kg und Länge in Meter

e) Masse in Abhängigkeit von der Körperlänge L

➔ m = L² · BMI

Mit BMI = 25 ➔ BMI = ……….

➔ ………………………………………. proportional



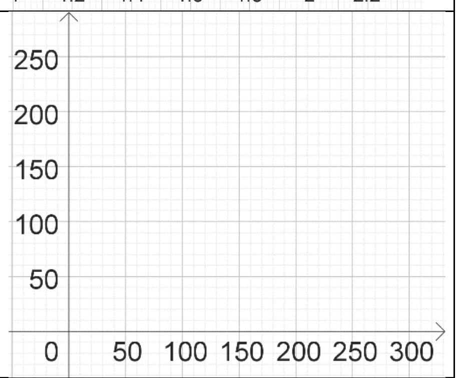
W=m·g·h Hub−Arbeit = Masse · Erdbeschleunigung · Höhe

f) Hub−Arbeit in Abhängigkeit von der Höhe ➔ W = m· g·h

Mit m= 80 kg, g= 10 m/s² und W in **kiloJoule**

➔ W = ………….

➔ ………………………………………. Proportional

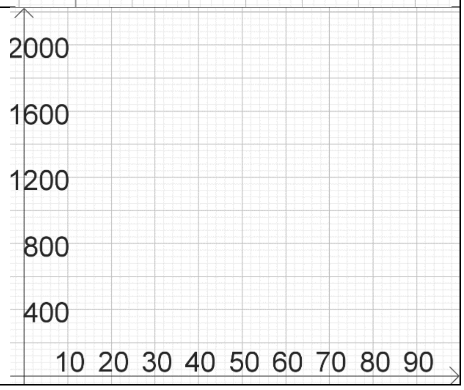


W=m·g·h Hub−Arbeit = Masse · Erdbeschleunigung · Höhe

g) Höhe in Abhängigkeit von der Masse ➔ h = $\frac{W}{m \cdot g}$

Mit W = 1000 000 Joule, g = 10 m/s² ➔ h = …………

➔ ………………………………………………. Proportional



Übung 4) Maturabeispiel

Funktionale Zusammenhänge

Gegeben ist die Gleichung $w = \frac{y \cdot z^2}{2 \cdot x}$ mit $w, x, y, z \in \mathbb{R}^+$.

Die gegebene Gleichung beschreibt funktionale Zusammenhänge zwischen zwei Variablen, wenn die beiden anderen Variablen als konstant angenommen werden.

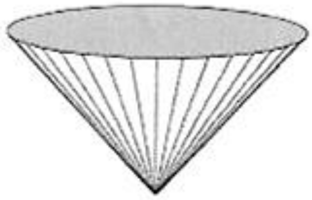
Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Betrachtet man z in Abhängigkeit von x, so ist $z: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, x \mapsto z(x)$ eine Exponentialfunktion.	☐
Betrachtet man w in Abhängigkeit von z, so ist $w: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, z \mapsto w(z)$ eine quadratische Funktion.	☐
Betrachtet man w in Abhängigkeit von x, so ist $w: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, x \mapsto w(x)$ eine lineare Funktion.	☐
Betrachtet man y in Abhängigkeit von z, so ist $y: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, z \mapsto y(z)$ eine Polynomfunktion vom Grad 2.	☐
Betrachtet man x in Abhängigkeit von y, so ist $x: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, y \mapsto x(y)$ eine lineare Funktion.	☐

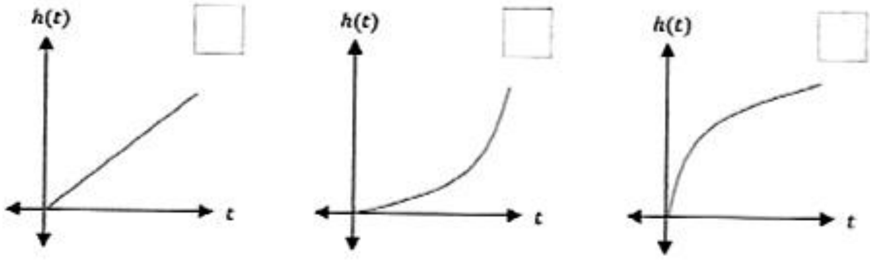
Übung 5: **(Volumen des Kegel ist: V= $\frac{r^2\pi*h}{3}$)**

Ein kegelförmiges Becken wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt.
Wasserzufluss: 5 l pro Minute.
Abmessungen des Kegels: Radius $r = 12\ dm$,
Höhe $h = 8\ dm$.

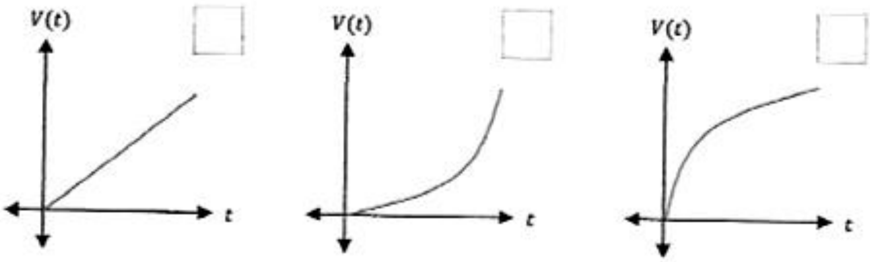


A Kreuze an:

1 Welches der Diagramme zeigt die Wasserhöhe $h(t)$ im Becken abhängig von der Zeit t richtig an?



2 Welches der Diagramme zeigt das Wasservolumen $V(t)$ im Becken abhängig von der Zeit t richtig an?



B Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Radius r und der zugehörigen Höhe h während des Füllvorganges?

C Stelle eine Funktionsgleichung auf, die das Volumen $V(h)$ im Becken abhängig von der Höhe h angibt.

D Stelle eine Funktionsgleichung auf, die die Wasserhöhe $h(t)$ im Becken abhängig von der Zeit t angibt.

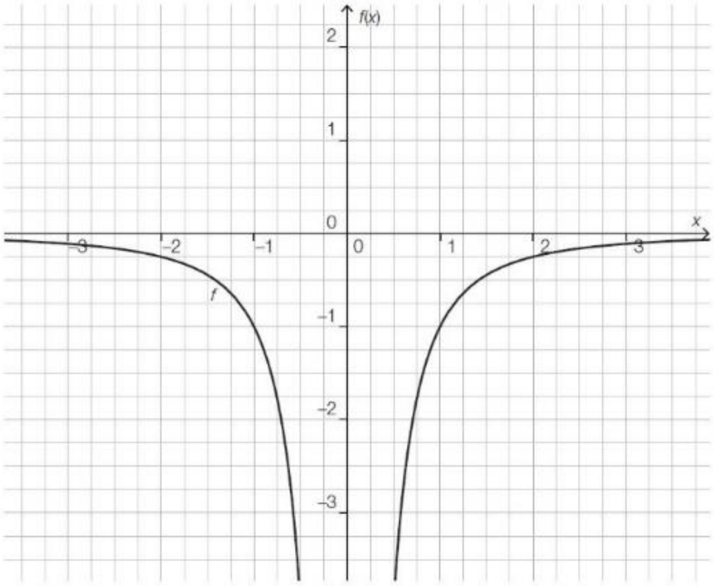
Übung 6: **(Volumen des Zylinders ist V= $r^2\pi*h$)**

Ein zylinderförmiges Glas wird mit Wasser gefüllt. Pro Minute laufen 5 cm^3 zu. Der Zylinder ist 20 cm hoch und hat einen (Innen−)Durchmesser von 12 cm.

Aufgaben A) – D) siehe Übung 5)

Übung 7) Maturabeispiel: Potenzfunktion* (1_437)

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Potenzfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^z$ und $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$; $z \in \mathbb{Z}$ dargestellt.

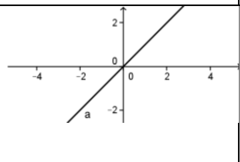
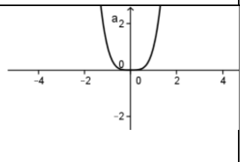
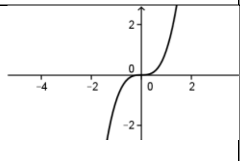
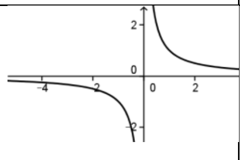
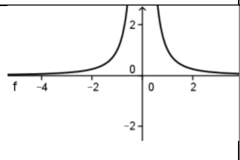
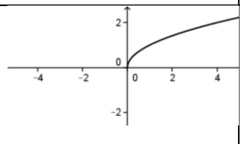


Kreuzen Sie diejenige Funktionsgleichung an, die zum abgebildeten Graphen passt.

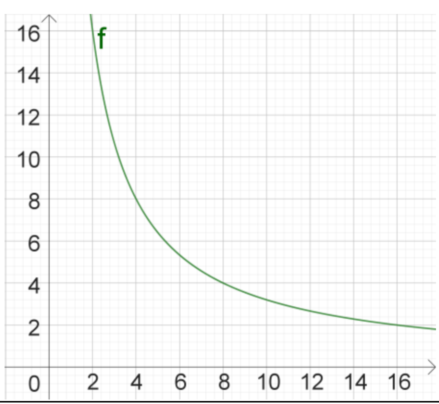
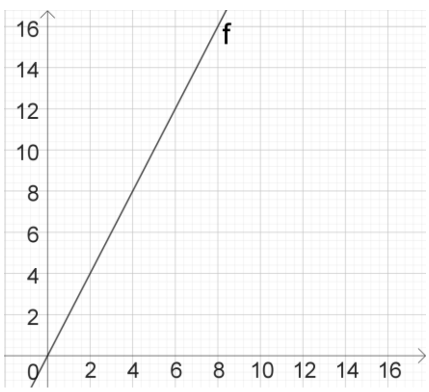
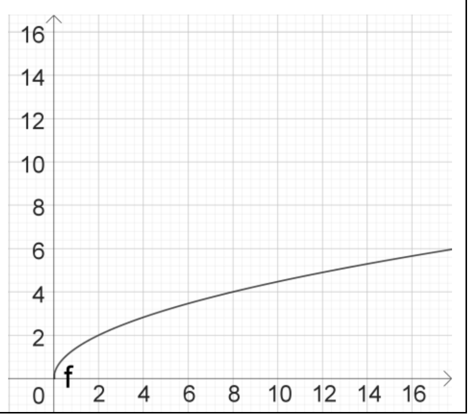
$f(x) = 2 \cdot x^{-4}$	☐
$f(x) = -x^{-2}$	☐
$f(x) = -x^{2}$	☐
$f(x) = -x^{-1}$	☐
$f(x) = x^{-2}$	☐
$f(x) = x^{-1}$	☐

LÖSUNGEN:

Übung 1)

n	Graph	Definitions–menge	Werte–menge	Symmetrie	Polstelle	Asymptote	Propotionalität
n=1 y= k·x		$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	Ursprungs–	keine	–	direkt proportional
n=2,4,6 y= c·x^2		$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	y–Achsen–	keine	–	quadratisch… proportional
n=3,5,7 y= c·x^3		$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	Ursprungs–	keine	–	
n=–1,–3 y= $\frac{c}{x}$		$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	Ursprungs–	x = 0	x– und y–Achse	Indirekt proportional
n=–2,–4 y= $\frac{c}{x^2}$		$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	y–Achsen–	x = 0	x– und y–Achse	Indirekt quadratisch… proportional
n = 0.5 y= $c \cdot \sqrt{x}$		$\mathbb{R}_0^+$	$\mathbb{R}_0^+$	keine	keine	–	Wurzel proportional

Übung2)

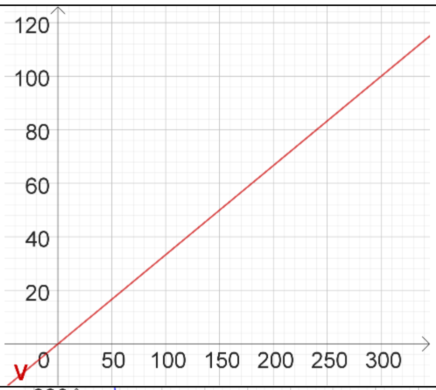
Funktion Proportionalität Graph	**Funktion Proportionalität Graph**	**Funktion Proportionalität Graph**
f(x) = $\frac{32}{x}$ indirekt proportional 	f(x) = 2·x direkt proportional 	f(x) = $\sqrt{2x}$ proportional der Wurzel 

Übung 3)

$v = \frac{s}{t}$ oder Geschwindigkeit = $\frac{Wegstrecke}{Zeit}$

a) v in Abhängigkeit von s ➔ $v(s) = \frac{s}{t}$

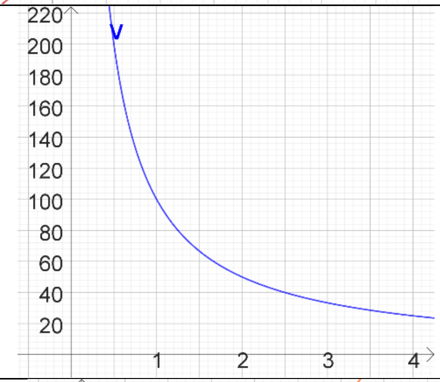
mit t= 3 Stunden ➔ $v = \frac{s}{3}$ ➔ direkt proportional ➔



$v = \frac{s}{t}$ oder Geschwindigkeit = $\frac{Wegstrecke}{Zeit}$

b) v in Abhängigkeit von t ➔ $v(t) = \frac{s}{t}$

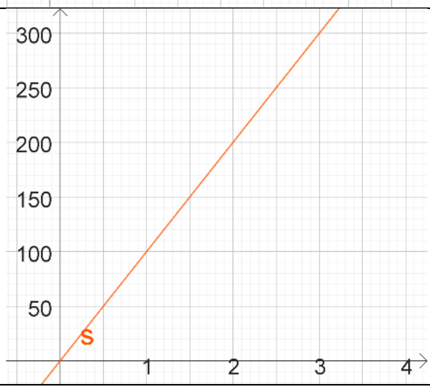
mit s = 100 km ➔ $v = \frac{100}{t}$ ➔ indirekt proportional ➔



$v = \frac{s}{t}$ oder Geschwindigkeit = $\frac{Wegstrecke}{Zeit}$

c) s in Abhängigkeit von t ➔ $s(t) = v \cdot t$

mit v = 100 km/h ➔ s = 100·t ➔ direkt proportional ➔

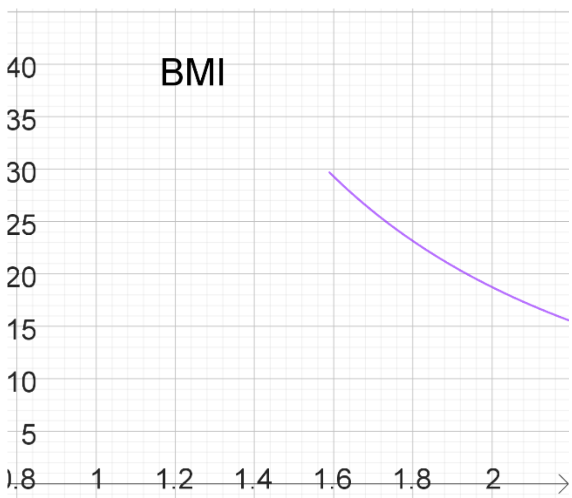


BMI = $\frac{m}{L^2}$ mit Masse in Kg und Länge in Meter

h) BMI in Abhängigkeit von der Körperlänge L ➔ BMI = $\frac{m}{L^2}$

Mit Masse m = 75 kg ➔ BMI = $\frac{75}{L^2}$

➔ indirekt quadratisch proportional



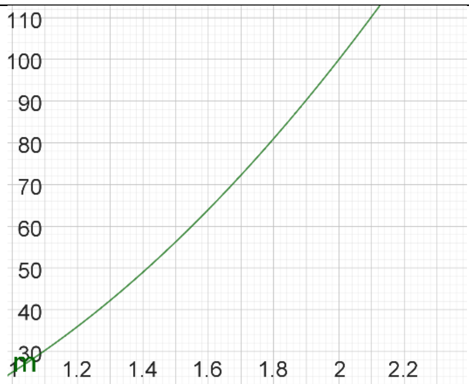
BMI = $\frac{m}{L^2}$ mit Masse in Kg und Länge in Meter

i) Masse in Abhängigkeit von der Körperlänge L

➔ m = $L^2 \cdot$ BMI

Mit BMI = 25 ➔ BMI = $25 \cdot L^2$

➔ quadratisch proportional

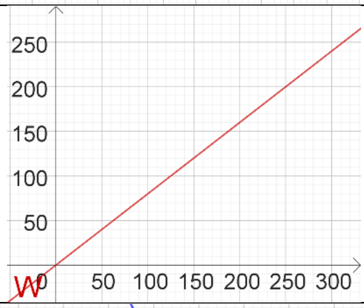


W=m·g·h Hub–Arbeit = Masse · Erdbeschleunigung · Höhe

j) Hub–Arbeit in Abhängigkeit von der Höhe ➔ W = m· g·h

Mit m= 80 kg, g= 10 m/s² und W in **kiloJoule** ➔ W = $\frac{80*10*h}{1000}$ = 0,8 · h

⇨ Direkt proportional ➔

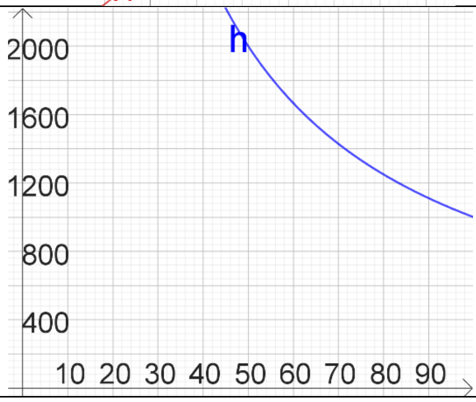


W=m·g·h Hub–Arbeit = Masse · Erdbeschleunigung · Höhe

k) Höhe in Abhängigkeit von der Masse ➔ h = $\frac{W}{m \cdot g}$

Mit W = 1000 000 Joule, g = 10 m/s² ➔ h = $\frac{100\,000}{m}$

⇨ Indirekt proportional ➔



Übung 4)

1. Wurzelfunktion **2. Quadratische Funktion** 3. Indirekt proportional 4. Indirekt quadratisch **5. Linear**

Übung 5)

A1) letzter Graph A2) erster Graph

B) mit zunehmender Zeit nimmt nicht nur die Höhe sondern auch der Radius zu. Durch Anwendung des Strahlensatzes ergibt sich: r:h = 12:8 ➔ **r = 1,5·h**

C) Aus der Volumenformel und r = 1,5h ergibt sich V(h) = $(1,5h)^2 \cdot \pi \cdot h/3$ = **$0,75 \cdot \pi \cdot h^3$**

D) Formt man C) auf h um, ergibt sich h = $\sqrt[3]{\frac{V}{0,75 \cdot \pi}}$. Nun ist außerdem das Volumen eine Funktion der Zeit:

V=5·t (5 Liter/min!). Eingesetzt ergibt sich: **h(t)** = $\sqrt[3]{\frac{5t}{0,75 \cdot \pi}} = \sqrt[3]{\frac{5}{0,75 \cdot \pi}} \cdot t^{\frac{1}{3}}$

Übung 6)

A1) 1. Graph A2) 1. Graph

B) kein Zusammenhang, da r konstant (bei einfließendem Wasser) und h wächst

C) V(h) = $6^2\pi \cdot$ h

D) h(t) = $\frac{5}{6^2\pi} \cdot$ t

Übung 7) 2. Funktionsgleichung f(x) = $-x^{-2} = \frac{-1}{x^2}$