

Onlinekurs Lineare Optimierung–Lösungen

Video: 1. Teil (bis min 17) von <https://www.youtube.com/watch?v=vjfy4stuwkA>

Eine Jugendgruppe beschließt, **Zelte** einzukaufen. In einem Sonderangebot werden zwei verschiedene Sorten von Zelten für jeweils 10 und 15 Personen preiswert angeboten.

10-Personenzelt Anzahl = x

15-Personenzelt Anzahl = y

Von den 10-Personenzelten sind noch 5 und von den 15-Personenzelten nur noch 4 vorrätig.

$x \leq 5$

$y \leq 4$

Die Zelte für 10 Personen kosten 200 Euro je Stück und diejenigen für 15 Personen insgesamt 400 Euro je Stück.

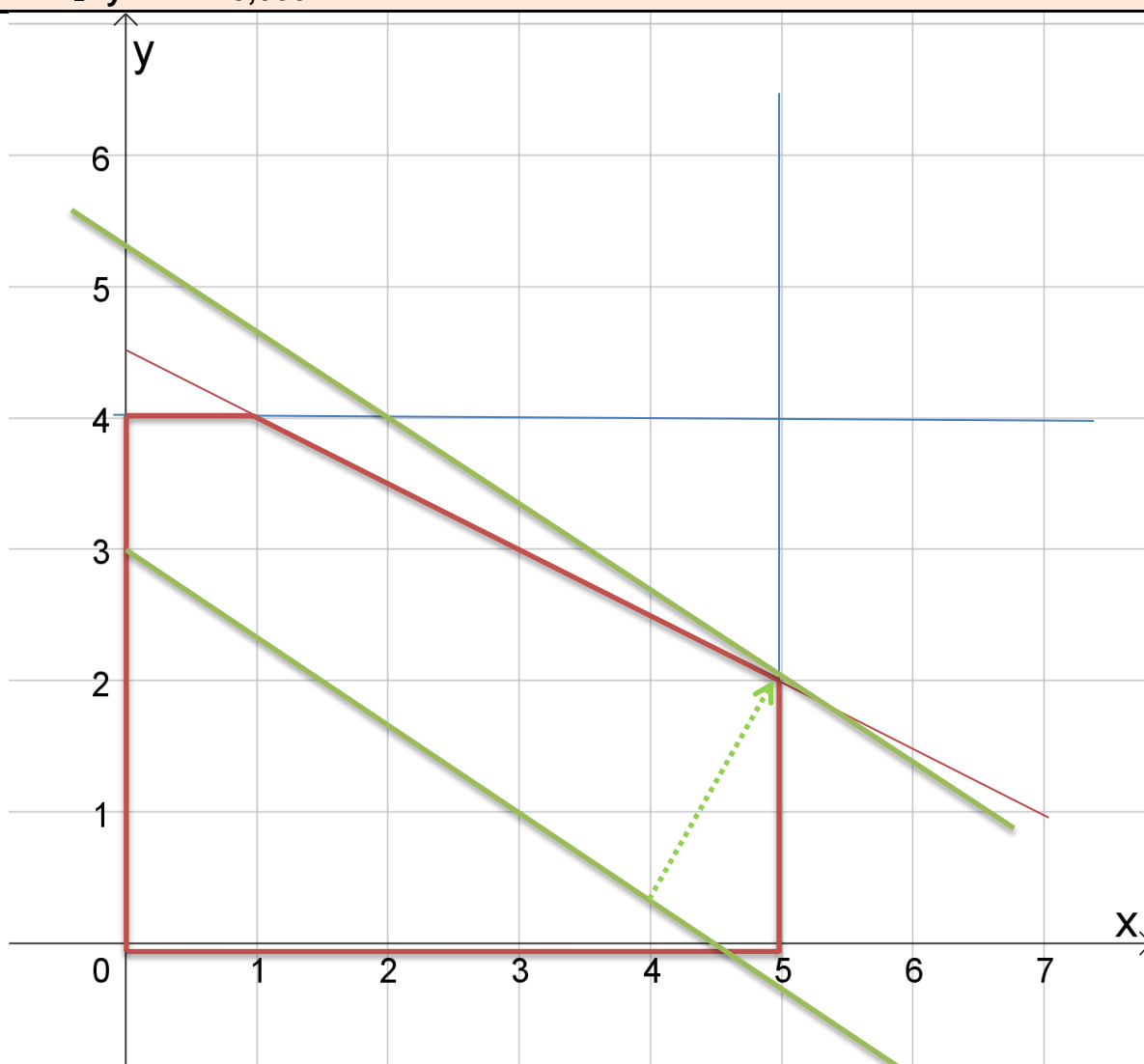
Die Jugendgruppe kann insgesamt höchstens 1800 Euro für die Zelte ausgeben.

$x \cdot 200 + y \cdot 400 \leq 1800 \rightarrow y \leq (1800 - 200x) / 400 \rightarrow y \leq 4,5 - 0,5x$

Wie viele 10- und 15-Personenzelte kann die Jugendgruppe kaufen, damit eine **möglichst große Anzahl von Jugendlichen** in den Zelten untergebracht werden kann?

$Z = x \cdot 10 + y \cdot 15$ muss maximiert werden $\rightarrow y = (z - 10x) / 15$

$\rightarrow y = ?? - 0,666x$



Also ist es optimal 5 Zelte mit 10 Leuten und 2 Zelte mit 15 Leuten zu besorgen, ergibt als Zielwert $Z = 10 \cdot 5 + 15 \cdot 2 = 80$ Leute können untergebracht werden – zum Preis $5 \cdot 200 + 2 \cdot 400 = 1800$ €

Eine **Teehändlerin** bietet zwei Teemischungen an. Mischung A (**Menge x**) besteht zu $\frac{3}{4}$ aus der Sorte Darjeeling und zu $\frac{1}{4}$ aus der Sorte Assam, Mischung B (**Menge y**) besteht je zur Hälfte aus Darjeeling und Assam. Insgesamt hat sie 150 kg Darjeeling und 100 kg Assam zur Verfügung.

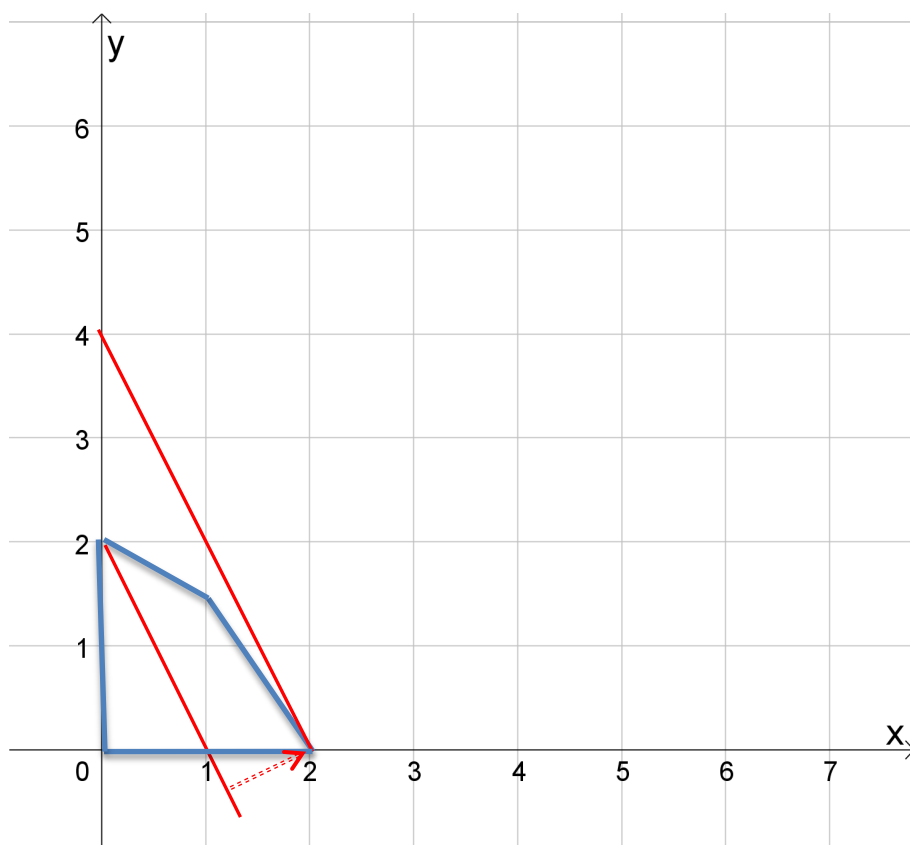
Mischung	A (x kg)	B (y kg)	maximal
Darjeeling	$\frac{3}{4}$ kg	$\frac{1}{2}$ kg	150 kg
Assam	$\frac{1}{4}$ kg	$\frac{1}{2}$ kg	100 kg
Reingewinn	20 e/kg	10 €/kg	

$$\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y \leq 150 \quad \rightarrow y \leq \frac{150 - \frac{3}{4}x}{\frac{1}{2}} = 300 - 3/2 x$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y \leq 100 \quad \rightarrow y \leq \frac{100 - \frac{1}{4}x}{\frac{1}{2}} = 200 - \frac{1}{2}x$$

Der Reingewinn beträgt bei Mischung A 20,- €, bei Mischung B 10,- € pro kg. Wieviel soll sie von jeder Sorte anbieten, um ihren Gewinn zu maximieren?

$$Z = 20x + 10y \quad \rightarrow y = \frac{Z - 20x}{10} = ?? - 2x$$



Eine **Getränkefirma** erzeugt durch Zusammenmischen von Apfelsaft und Birnensaft die Getränke „Apfelgold“ und „Birngold“.

X = Liter Apfelgold, y = Liter Birngold

„Apfelgold“ soll zu $\frac{3}{4}$ aus Apfelsaft,
„Birngold“ zu $\frac{2}{3}$ aus Birnensaft bestehen.

Es stehen 2.000 l Birnensaft und 3.000 l Apfelsaft zur Verfügung.

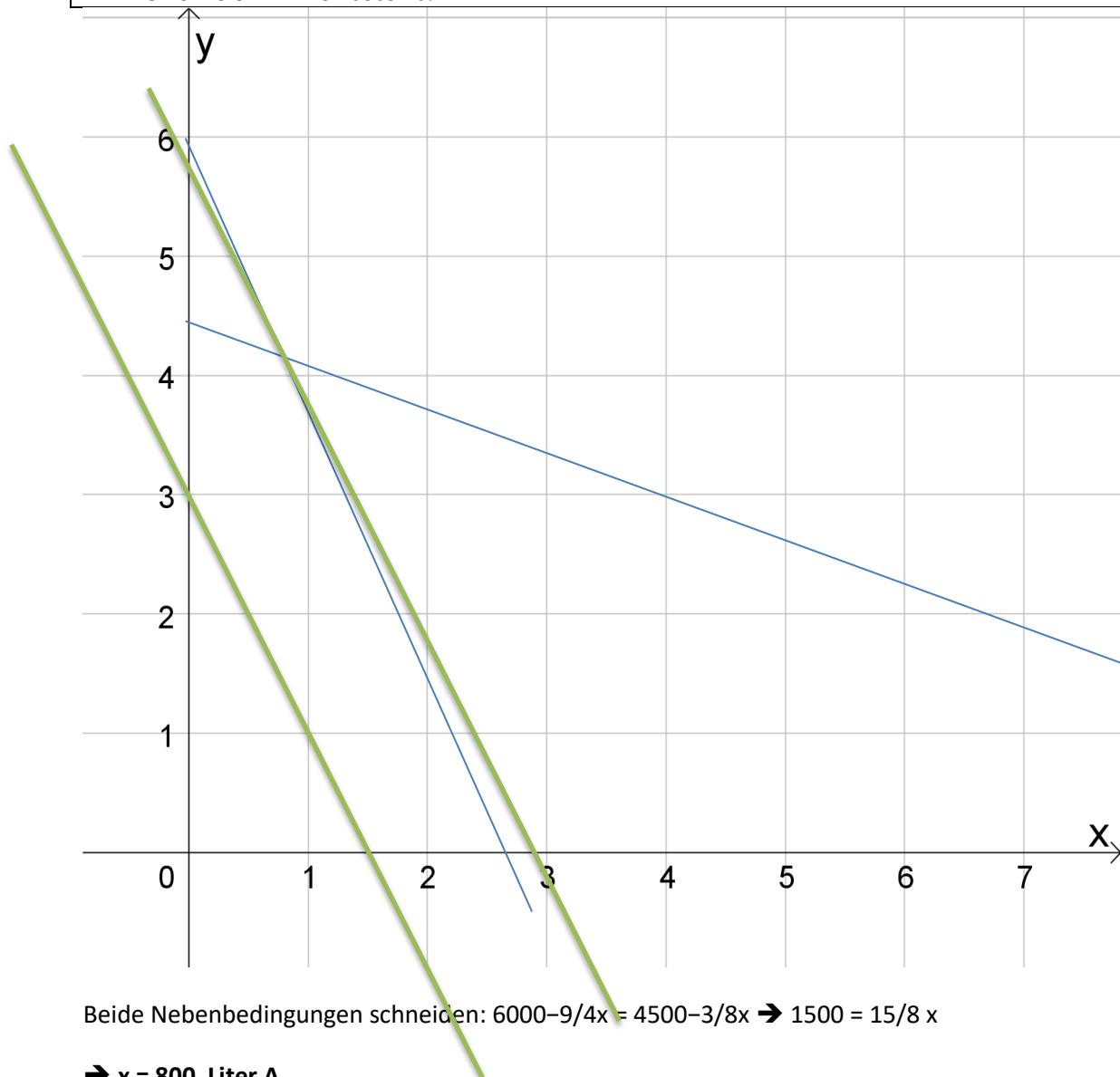
$$\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}y \leq 2000 \quad y \leq (2000 - \frac{3}{4}x) / (\frac{1}{3}) \rightarrow y \leq 6000 - \frac{9}{4}x$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}y \leq 3000 \quad y \leq (3000 - \frac{1}{4}x) / (\frac{2}{3}) \rightarrow y \leq 4500 - \frac{3}{8}x$$

„Apfelgold“ bringt beim Verkauf doppelt so viel Gewinn wie „Birngold“.

$$Z = 2\text{€} \cdot x + 1\text{€} \cdot y \rightarrow \text{MAX} \quad y = Z - 2x$$

Wieviel Liter muss man von jedem Getränk herstellen, damit ein möglichst hoher Gewinn entsteht?



$$\text{Beide Nebenbedingungen schneiden: } 6000 - \frac{9}{4}x = 4500 - \frac{3}{8}x \rightarrow 1500 = \frac{15}{8}x$$

$$\rightarrow x = 800 \text{ Liter A}$$

$$\rightarrow y = 6000 - \frac{9}{4}x = 4200 \text{ Liter B}$$

$$\Leftrightarrow Z = 2x + y = 5800$$

Video: 2. Beispiel: <https://www.youtube.com/watch?v=QvZz1cLmqtM>

Ihr wollt eine **Party** organisieren und braucht dafür Getränke. Ihr einigt euch auf eine Bowle, welche aus einer Mischung aus Kirschsafte und Zitronensaft hergestellt werden soll. Insgesamt braucht ihr mindestens 35 Liter dieser Bowle.

Damit das Getränk gut schmeckt, sollte mindestens so viel Zitronensaft wie Kirschsafte (oder mehr) für die Bowle verwendet werden. Aber wenn der Anteil des Zitronensafts aber mehr als doppelt so hoch wie der Anteil des Kirschsafte ist, wird das Getränk ungenießbar.

Die Preise für den nötigen Saft liegen bei 0,60 Euro für einen Liter Kirschsafte und bei 0,75 Euro für einen Liter Zitronensaft. Bestimme, wie viel von welcher Saftsorte gekauft werden muss, um **möglichst wenige Kosten** zu haben.