

Onlinekurs: Geschwindigkeit (als Ableitung)

mittlere Geschwindigkeit = Wegstrecke : Zeit

$$V = \frac{s}{t} \quad \text{besser:} \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\text{Wegstreckendifferenz}}{\text{Zeitdifferenz}} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (\text{Differenzenquotient})$$

Will man die Momentangeschwindigkeit, so muss man den Grenzwert des Differenzenquotienten = 1. Ableitung der Funktion $s(t)$ nehmen

Momentangeschwindigkeit $v(t) = s'(t)$

(Video: Wasserrakete <https://www.youtube.com/watch?v=9F9-nbm9Do4>)

BEISPIEL 1: senkrechter Wurf: <https://www.youtube.com/watch?v=CEGel6RX3Rg>

Für einen senkrechten Wurf mit Anfangsgeschwindigkeit 40 m/s gilt die

Höhenfunktion $h(t) = -5 \cdot t^2 + 40 \cdot t$ (h gibt die Höhe in m, t gibt die Zeit in sec an)

Für das obige Beispiel ist dann die Momentangeschwindigkeit die 1. Ableitung:

$$v(t) = h'(t) = -10 \cdot t + 40$$

Damit kann man folgende Fragen lösen:

- Welche Höhe wird nach 3 Sekunden erreicht (Höhenfunktion)?
- Wie groß ist die Geschwindigkeit nach 0, 1, 2, 3, ..., 8 Sekunden?
(Geschwindigkeitsfunktion)
- Wann ist die Geschwindigkeit = 0 (Geschwindigkeitsfunktion) und was bedeutet das?
- Wie groß ist die größte Höhe der Wasserrakete (Hochpunkt) (Höhenfunktion)?

Lösung:

a) $h(3) = -5 \cdot 3^2 + 40 \cdot 3 = 75$ (m)

b) $v(0) = -10 \cdot 0 + 40 = 40$

$v(1) = -10 \cdot 1 + 40 = 30$

$v(2) = -10 \cdot 2 + 40 = 20$

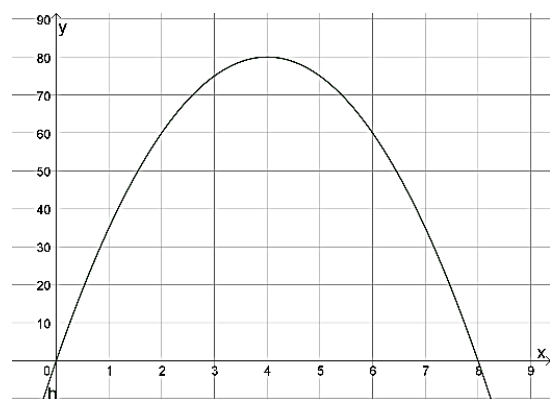
$v(3) = -10 \cdot 3 + 40 = 10$

$v(4) = -10 \cdot 4 + 40 = 0$

.....

$v(8) = -10 \cdot 8 + 40 = -40$

Was bedeutet ein negatives Vorzeichen?



- Wie man aus der Liste entnehmen kann, ist zum Zeitpunkt $t = 4$ die Geschwindigkeit = 0. →
Das ist der Umkehrpunkt des senkrechten Wurfs.
(kann durch die Gleichung $v(t) = 0$ bestimmt werden)
- Die größte Höhe können wir am Umkehrpunkt ($t=4$) mit der Funktion $h(t) = -5 \cdot t^2 + 40 \cdot t$ bestimmen → $s(4) = -5 \cdot 4^2 + 40 \cdot 4 = 80$ m hoch

ÜBUNGEN:

- 1) Bei einem senkrechten Wurf gibt es die Höhenfunktion $h(t) = -5t^2 + 30t$
 - a) Welche Höhe wird nach 2 Sekunden erreicht?
 - b) Welche Geschwindigkeit wird nach 2 Sekunden erreicht?
 - c) Wann ist die Geschwindigkeit = 0 und was bedeutet das?
 - d) Wie groß ist die maximale Höhe?

- 2) Bei einem senkrechten Wurf gibt es die Höhenfunktion $h(t) = -5t^2 + 45t + 55$
 - a) Welche Höhe wird nach 0, nach 3 und nach 6 Sekunden erreicht?
 - b) Welche Geschwindigkeit wird nach 3 und 6 Sekunden erreicht?
 - c) Wann ist die Geschwindigkeit = 0 und was bedeutet das?
 - d) Wie groß ist die maximale Höhe?
 - e) Wann fällt der Stein auf den Boden (Höhe=0)?

- 3) Bei einem senkrechten Wurf gibt es die Höhenfunktion $h(t) = -5t^2 + 35t + 20$
 - a) Welche Höhe wird nach 0, 3 und 6 Sekunden erreicht?
 - b) Welche Geschwindigkeit wird nach 3 Sekunden erreicht?
 - c) Wann ist die Geschwindigkeit = 0 und was bedeutet das?
 - d) Wie groß ist die maximale Höhe?
 - e) Wann fällt der Stein auf den Boden (Höhe=0)?

Lösungen:

- 1) a) $h(2) = 40 \text{ m}$
 b) $v(2) = 10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$
 c) $v(t) = 0 \rightarrow t = 3 \text{ s} \rightarrow$ höchster Punkt erreicht
 d) $h(3) = 45 \text{ m}$

- 2) a) $h(0) = 55 \text{ m}, h(3) = 145 \text{ m}, h(6) = 145 \text{ m}$
 b) $v(3) = 15 \text{ m/s} \quad v(6) = -15 \text{ m/s}$
 c) $h'(t) = 0 \rightarrow t = 4,5 \text{ s} \rightarrow$ höchster Punkt erreicht
 d) $h(4,5) = 156,25 \text{ m}$
 e) $h(t) = 0 \rightarrow t = 10,09 \text{ s}$

- 3) a) $h(0) = 20 \text{ m}, h(3) = 80 \text{ m}, h(6) = 50 \text{ m}$
 b) $v(3) = 5 \text{ m/s} = 18 \text{ km/h}$
 c) $v(t) = 0 \rightarrow t = 3,5 \text{ s}$
 d) $h(3,5) = 81,25 \text{ m}$
 e) $h(t) = 0 \rightarrow t = 7,53 \text{ s}$

